



Zachodniopomorski  
Uniwersytet Technologiczny  
w Szczecinie



Wydział  
Elektryczny

# Zmodyfikowana strategia próbkiowania w algorytmie RRT

Michał Kubicki

Seminarium KliA PAN O/Poznań,  
26.04.2024, Szczecin

# Ogólny opis problemu

Planowanie ścieżki sprowadza się do znalezienia ciągłego bezkolizyjnego ruchu pomiędzy konfiguracją początkową oraz końcową w pewnym otoczeniu roboczym.

W najprostszym przypadku otoczenie robocze jest statyczne i dobrze zdefiniowane, tj. nie występują w nim obiekty dynamiczne, a informacje o aktualnym stanie tego środowiska są dokładne.

Typowe metody, które starają się rozwiązać ten problem to algorytmy próbkujące przestrzeń roboczą, geometryczne oraz dyskretyzujące przestrzeń roboczą.

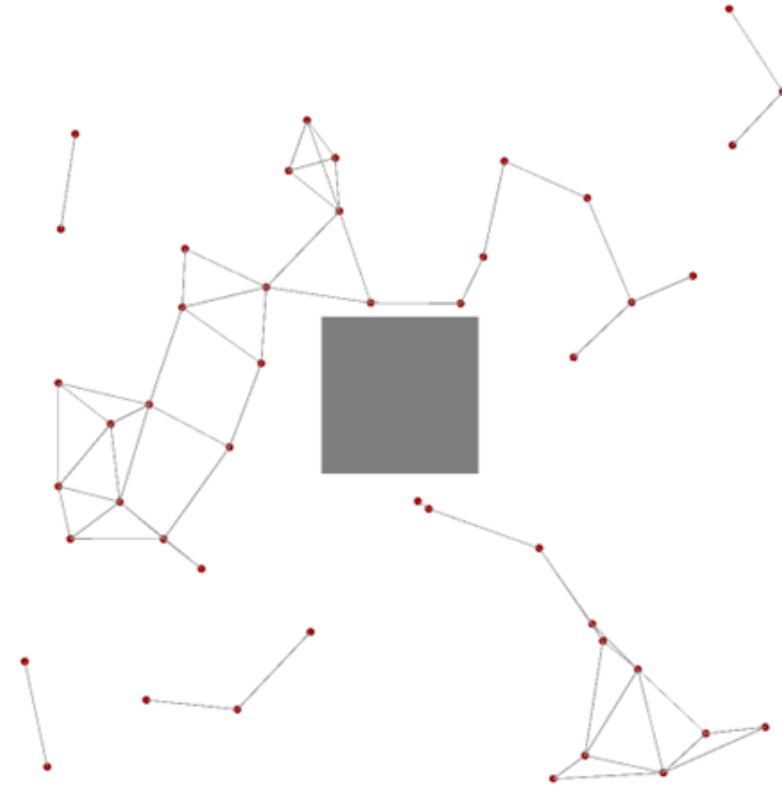


# Metody próbkujące przestrzeń konfiguracyjną

Metoda PRM (Probabilistic Roadmap) oraz metoda RRT (Rapidly Exploring Random Trees) należą do metod próbkujących przestrzeń roboczą. Starają się znaleźć punkty w wolnej przestrzeni konfiguracyjnej, a następnie łączyć je ze sobą w celu uzyskania połączeń pomiędzy kolejnymi dozwolonymi stanami.

Generalnie używane są w przypadku wielowymiarowych, obszernych, skomplikowanych przestrzeni konfiguracyjnych, o których wiedza może być niepełna.

W przypadku planowania ścieżki, połączenie pomiędzy poszczególnymi węzłami będzie oznaczało bezkolizyjny odcinek.

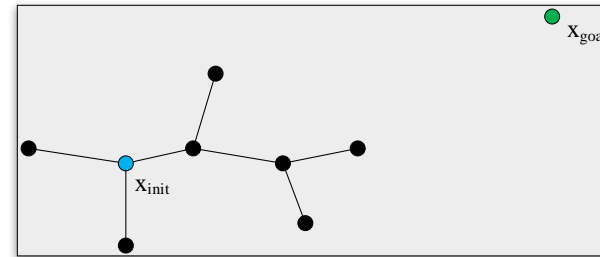


*Metoda PRM i tworzona przez nią struktura grafu*

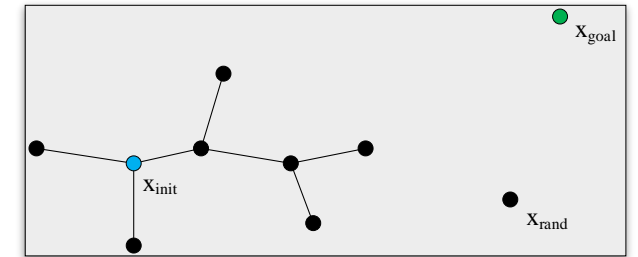
Źródło: Elbanhawi, M., & Simic, M. (2014). Sampling-based robot motion planning: A review. In IEEE Access. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2014.2302442>

# Rapidly Exploring Random Tree (RRT)

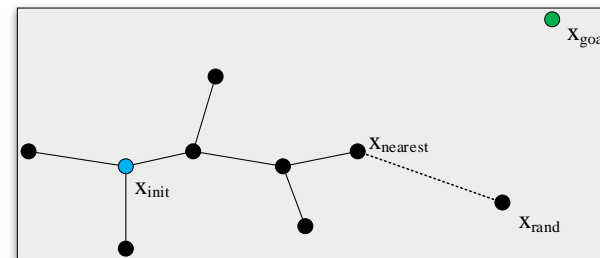
- Oparta jest o strukturę drzewa
- Probabilistycznie zupełna (tj. jeżeli istnieje rozwiązanie to w nieskończonym czasie zostanie ono osiągnięte)
- Single-Query, jednocześnie generowany jest pojedynczy punkt
- Nie gwarantuje optymalności rozwiązania



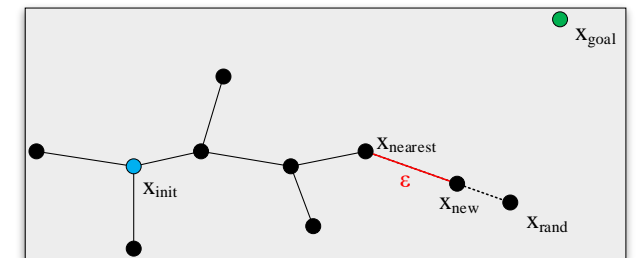
Drzewo początkowe



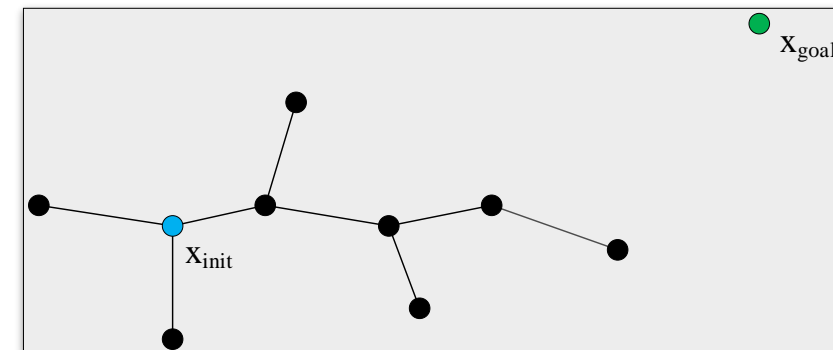
Losowanie nowego punktu  $x_{rand}$



Znalezienie najbliższego istniejącego punktu w drzewie  $x_{nearest}$



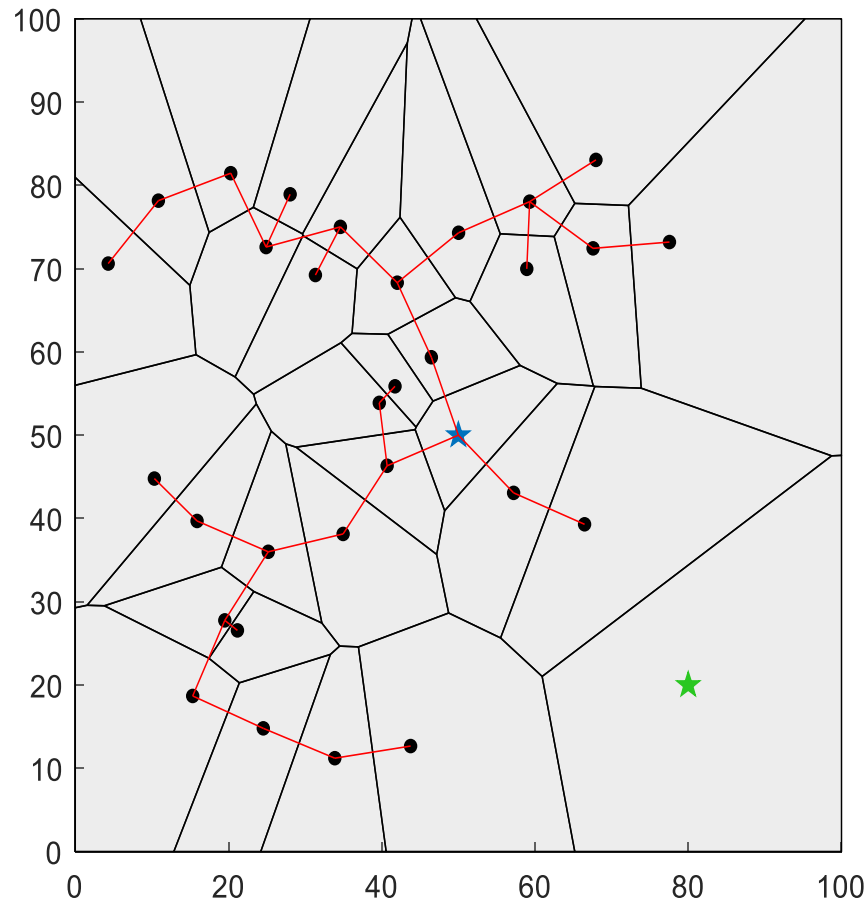
Próba rozszerzenia drzewa o punkt wskazany przez funkcję sterującą  $x_{new}$



Struktura drzewa po dodaniu nowego punktu

# Diagram Woronoja

## Diagram Woronoja



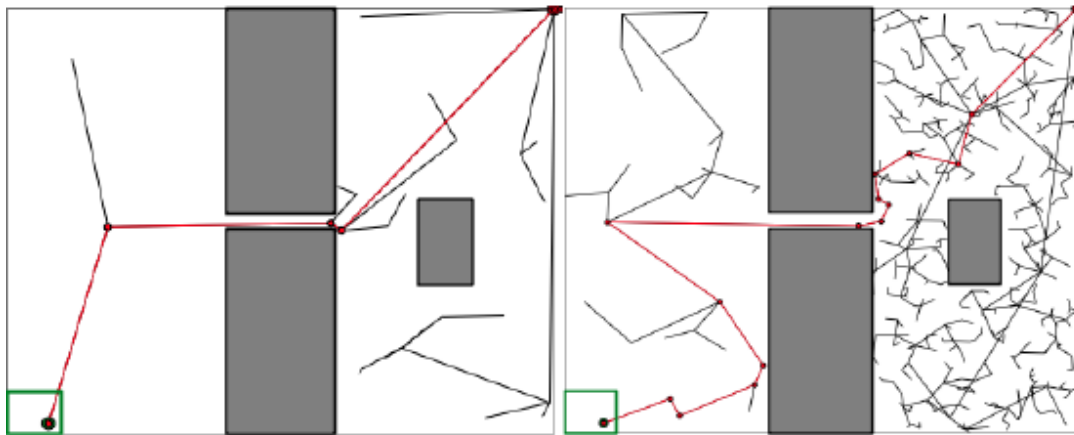
Poszczególne węzły drzewa są punktami, wobec których konstruowany jest diagram Woronoja. Poszczególne obszary  $P$  składają się z punktów, które leżą najbliżej względem pojedynczego węzła drzewa.

Prowadzi to do sytuacji, w której punkty losowane w przestrzeni konfiguracyjnej w sposób jednorodny mają szanse znaleźć się w obszarze skojarzonym z węzłem drzewa proporcjonalne do jego rozmiaru.

Jednocześnie, taki wylosowany punkt będzie starał się stworzyć połączenie z węzłem skojarzonym z danym obszarem.

# Problemy napotymane przez RRT

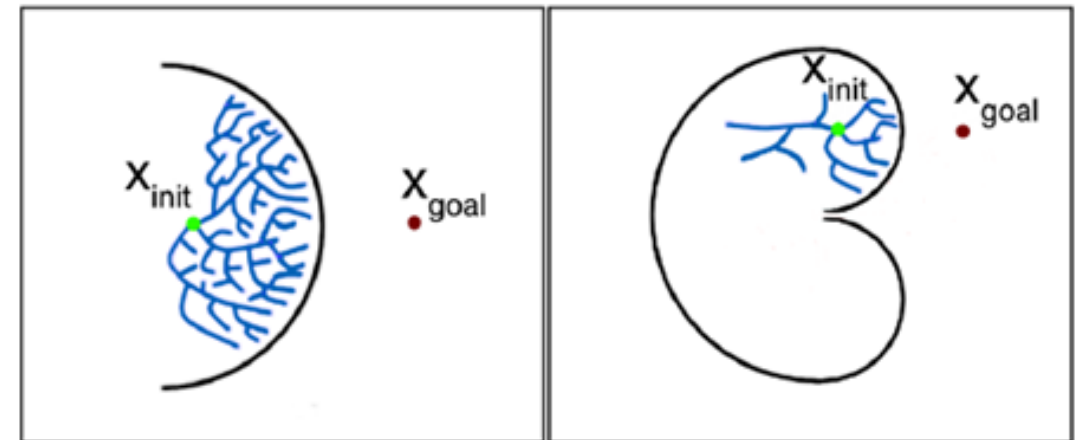
## Duża wariancja rozwiązań



Czas oraz jakość znalezionej rozwiązania zależą od czynników losowych

Źródło: Elbanhawi, M., & Simic, M. (2014). Sampling-based robot motion planning: A review. In IEEE Access. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2014.2302442>

## Środowiska, które ograniczają swobodę budowy drzewa



Dwa problematyczne przypadki  
Po lewej: *saddle*, po prawej: *bugtrap*

Źródło: Elbanhawi, M., & Simic, M. (2014). Sampling-based robot motion planning: A review. In IEEE Access. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2014.2302442>

# Biasowanie rozrostu drzewa RRT

Ze względu na to, że algorytm RRT sam w sobie nie dąży do osiągnięcia punktu końcowego  $x_{goal}$ , to stosuje się tzw. **biasowanie**, które ukierunkowuje rozrost drzewa w pożądanych kierunkach. Metody takie wykorzystują funkcję kosztu, która często bazuje na dystansie do punktu końcowego.

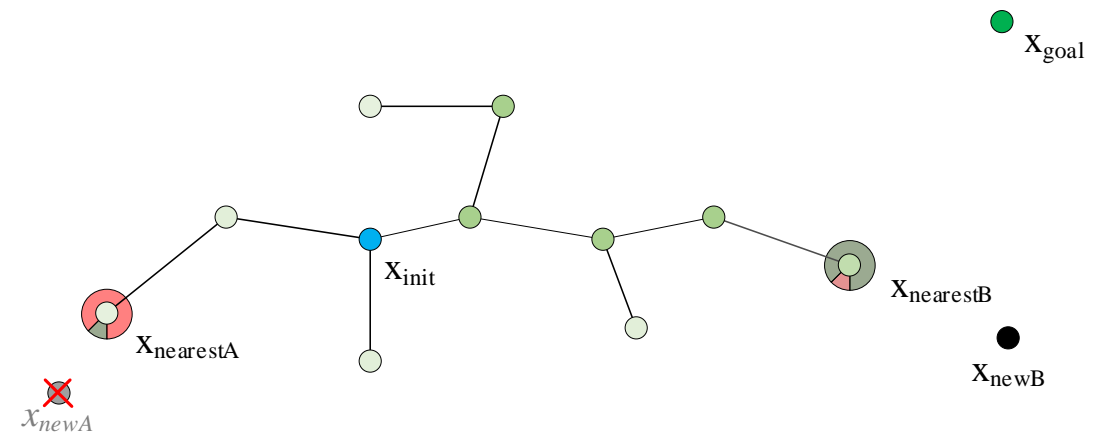
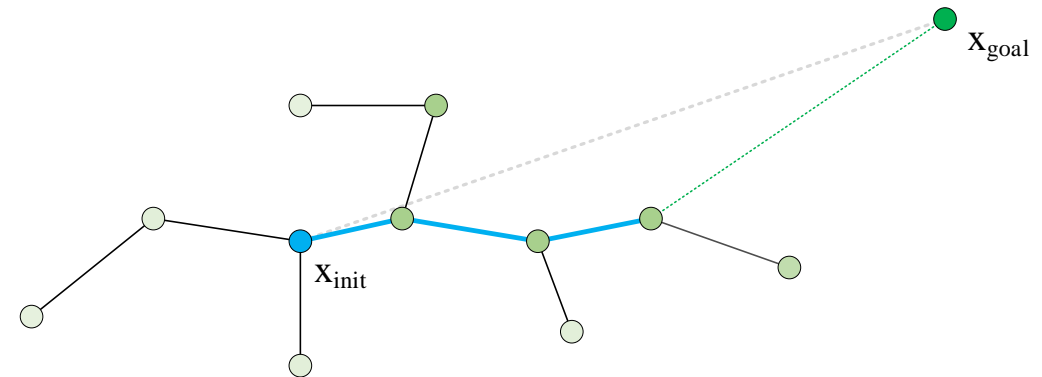
Przykładową implementacją jest algorytm **hRRT** (heuristically-guided RRT), który ocenia utworzone ścieżki do poszczególnych węzłów drzewa i ich dystans do punktu końcowego.

$$m_{quality} = 1 - \frac{C_{vertex} - C_{opt}}{C_{max} - C_{opt}}$$

Losowanie nowego punktu w przestrzeni roboczej odbywa się tak długo, aż wylosowana zostanie wartość  $r$ , która przekroczy kryterium jakości.

$$r \sim U(0,1)$$
$$r < \max(m_{quality}, p)$$

Gdzie  $p$  jest parametrem w zakresie  $[0,1]$ . Dla wartości 1 algorytm zachowuje się jak RRT.



# Proponowana metoda (GAVB-RRT)

Proponowana metoda **GAVB-RRT** (Graph Assisted Voronoi Bias – RRT) bazuje na metodzie RRT i podobnie jak ona priorytetyzuje próbkowanie dużych obszarów wyznaczonych grafem Woronoja, lecz skupia się na regionach, które są perspektywicznie. W tym celu wykorzystuje grafy oraz informacje o napotkanych kolizjach.

## Algorytm RRT

```
Wejście: punkt początkowy  $x_{init}$ , punkt końcowy  $x_{goal}$ , maksymalna ilość punktów  $n_{max}$   
 $V \leftarrow \{x_{start}\}; E \leftarrow \emptyset;$   
 $C \leftarrow \emptyset;$   
for  $i=1:n_{max}$   
     $x_{rand} \leftarrow \text{Sample}()$   
    if not  $\text{IsCollisionFree}(x_{rand})$   
         $x_{nearest} \leftarrow \text{FindNearest}(V, x_{rand})$   
         $x_{new} \leftarrow \text{Steer}(x_{near}, x_{rand})$   
        if not  $\text{IsCollisionFree}(x_{new})$   
             $V \leftarrow V \cup x_{start}$   
             $E \leftarrow E \cup \{(x_{nearest}, x_{new})\}$   
        end if  
    else  
         $C \leftarrow C \cup x_{rand}$   
    end for
```

## Algorytm GAVB-RRT

```
Wejście: punkt początkowy  $x_{init}$ , punkt końcowy  $x_{goal}$ , maksymalna ilość punktów  $n_{max}$   
 $V \leftarrow \{x_{start}\}; E \leftarrow \emptyset;$   
 $C \leftarrow \emptyset;$   
for  $i=1:n_{max}$   
     $P \leftarrow \text{ChooseRegion}(V, C)$   
     $x_{rand} \leftarrow \text{Sample}(P)$   
    if not  $\text{IsCollisionFree}(x_{rand})$   
         $x_{nearest} \leftarrow \text{FindNearest}(V, x_{rand})$   
         $x_{new} \leftarrow \text{Steer}(x_{near}, x_{rand})$   
        if not  $\text{IsCollisionFree}(x_{new})$   
             $V \leftarrow V \cup x_{start}$   
             $E \leftarrow E \cup \{(x_{nearest}, x_{new})\}$   
        else  
             $C \leftarrow C \cup x_{new}$   
             $x_{near}.collisions \leftarrow x_{near}.collisions + 1$   
        end if  
    else  
         $C \leftarrow C \cup x_{rand}$   
    end for
```



# Wykorzystanie grafów

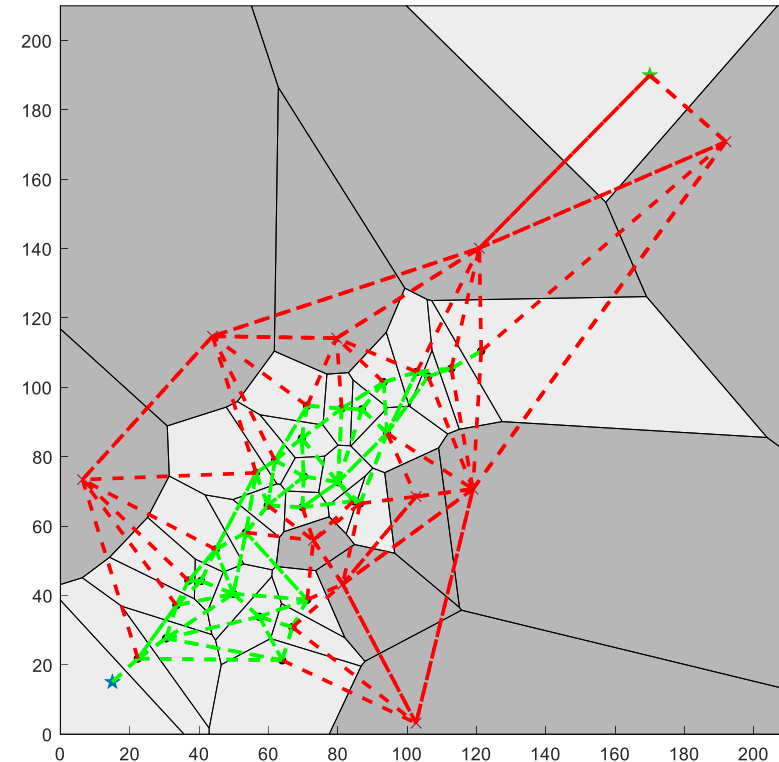
Tworzone są dwa grafy, jeden związany z  $x_{goal}$ , który zawiera wszystkie regiony będące przeszkodami widoczne z tego punktu oraz przylegający region wolny.

Drugi związany z  $x_{init}$  zawiera wszystkie regiony wolne.

Każda krawędź grafu przyjmuje wartość 1.

Algorytm rozpoznaje dwa przypadki:

1. W przypadku ustalenia, że istnieje bezpośrednie połączenie pomiędzy  $x_{init}$  i  $x_{goal}$  automatycznie wszystkie punkty są generowane z regionu  $P_{goal}$ .
2. W przeciwnym przypadku szukane są:
  - A. wolne regiony wraz z sąsiadującymi regionami kolizyjnymi, które mają najmniejszy dystans do  $P_{goal}$
  - B. sąsiadujące bezpośrednio ze sobą regiony kolizyjne i wolne o największej łącznej powierzchni



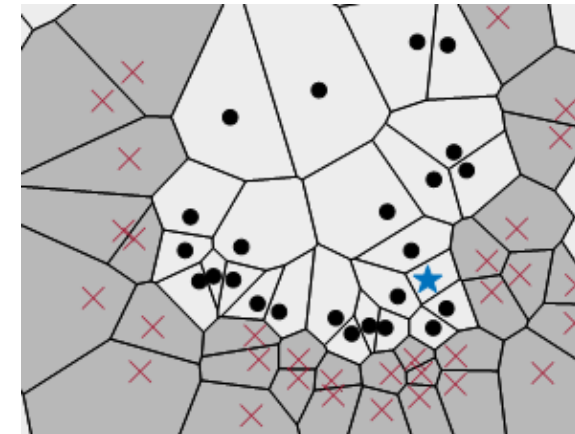
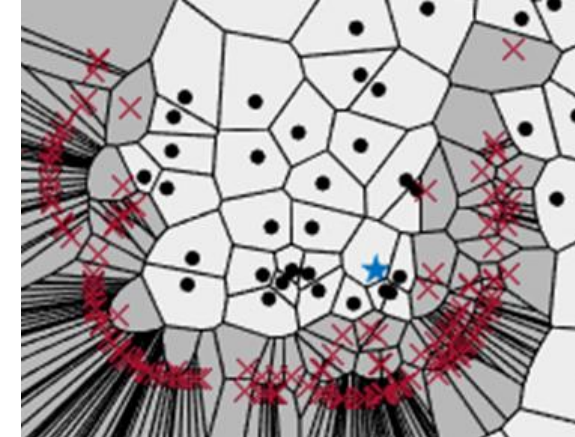
# Zmienny maksymalny dystans generacji punktów

Wartość zmiennej  $\varepsilon$ , która jest maksymalnym dystansem generacji nowego punktu  $x_{new}$  zależy od poprzednich prób, w których wykorzystywany był węzeł  $x_{nearest}$ . Kolejne kolizje, które nastąpiły z tego węzła są zliczane ( $c$ ) i wpływają na  $\varepsilon$  w sposób następujący:

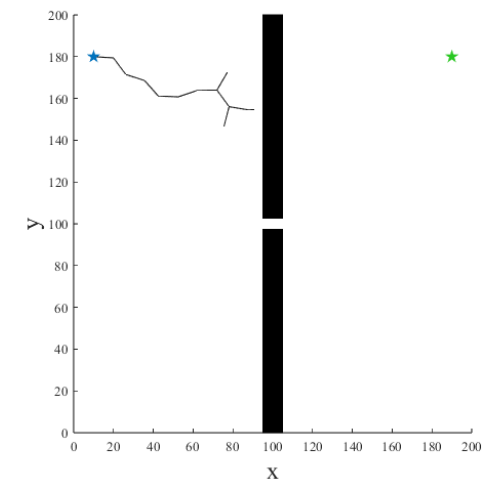
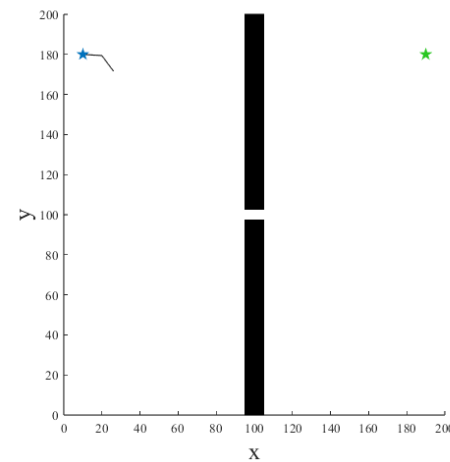
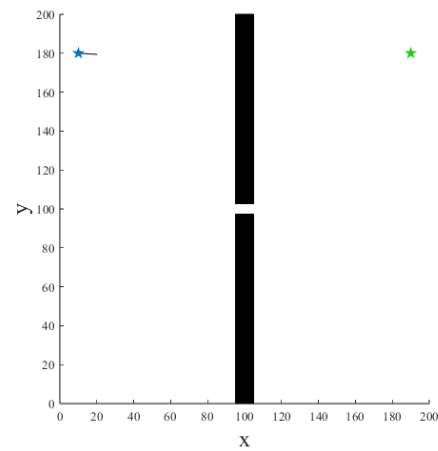
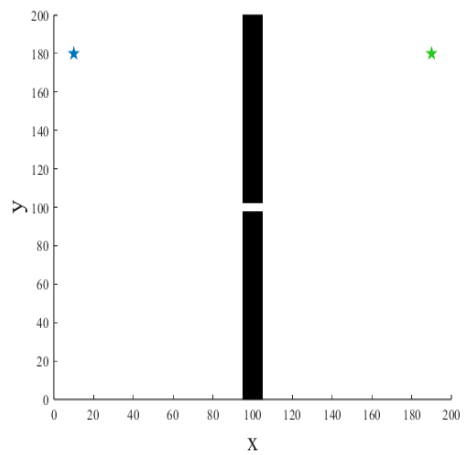
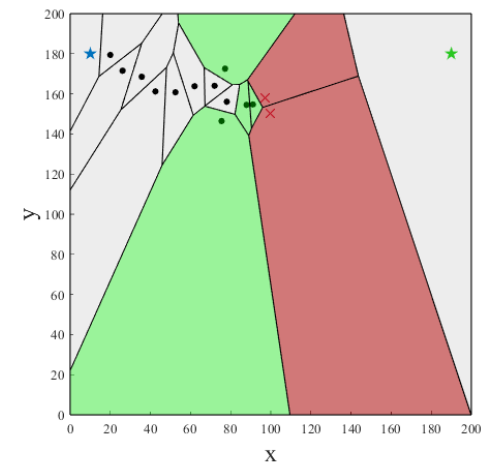
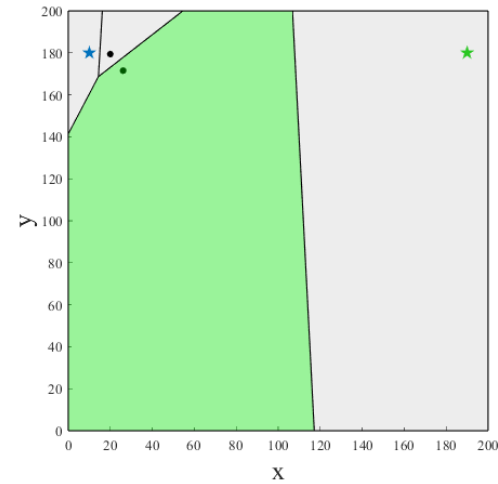
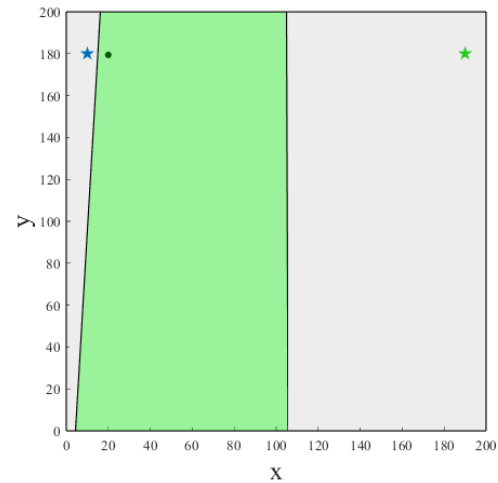
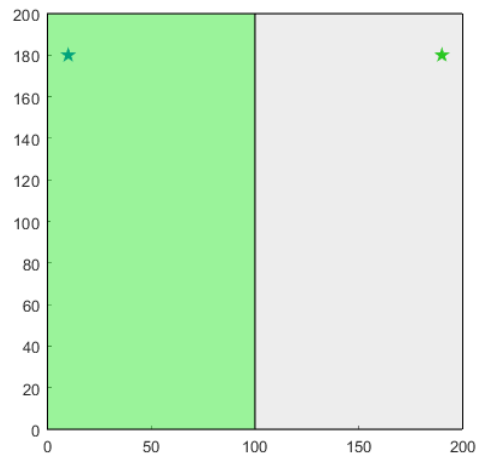
$$\varepsilon(x_{nearest}) = \varepsilon_0^{\frac{1}{c+1}} \text{ dla } \varepsilon_0 > 0$$

Ma to na celu ograniczyć sytuację, w której kolejne kolizyjne punkty  $x_{new}$  wyznaczone są w stałym dystansie od  $x_{nearest}$ .

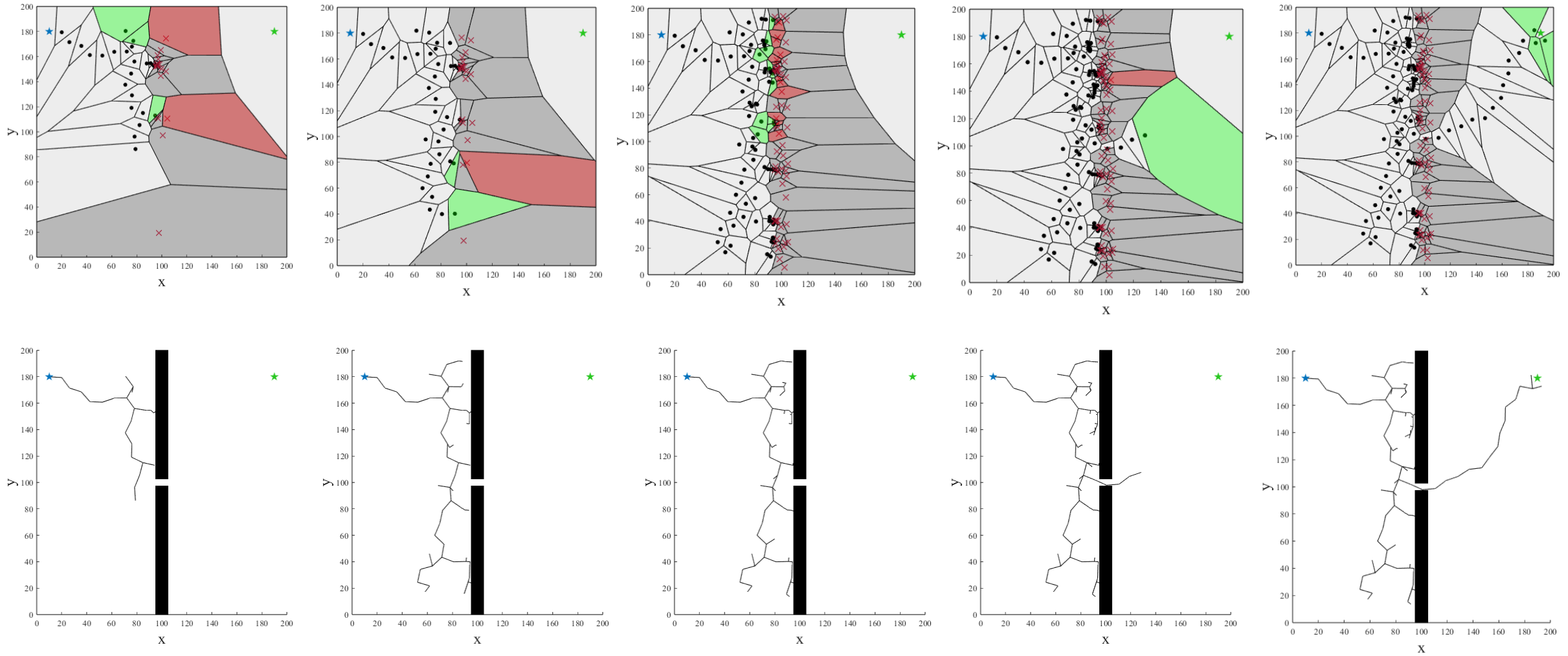
Powoduje to dalszą fragmentację przestrzeni, ale jednocześnie nie zmienia znacząco układu obszarów kolizyjnych, w tym ich grafu, oraz całkowitej przylegającej powierzchni do obszaru przynależącego do  $x_{nearest}$ .



# Rozrost drzewa w GAVB-RRT

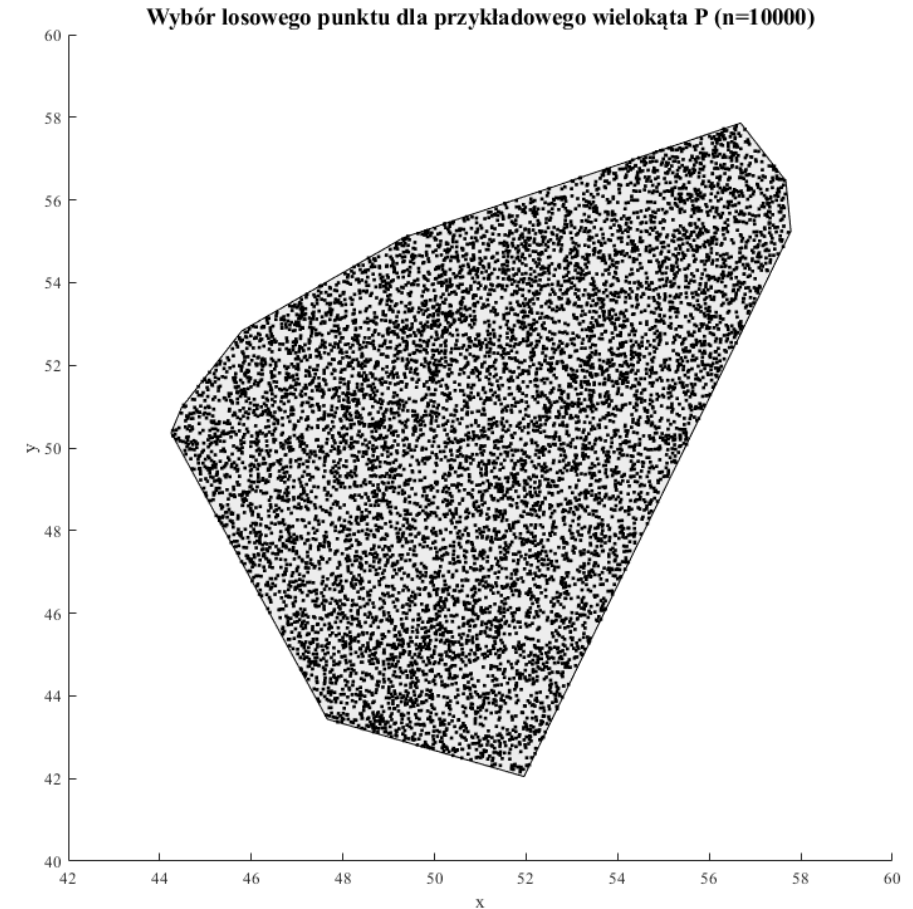
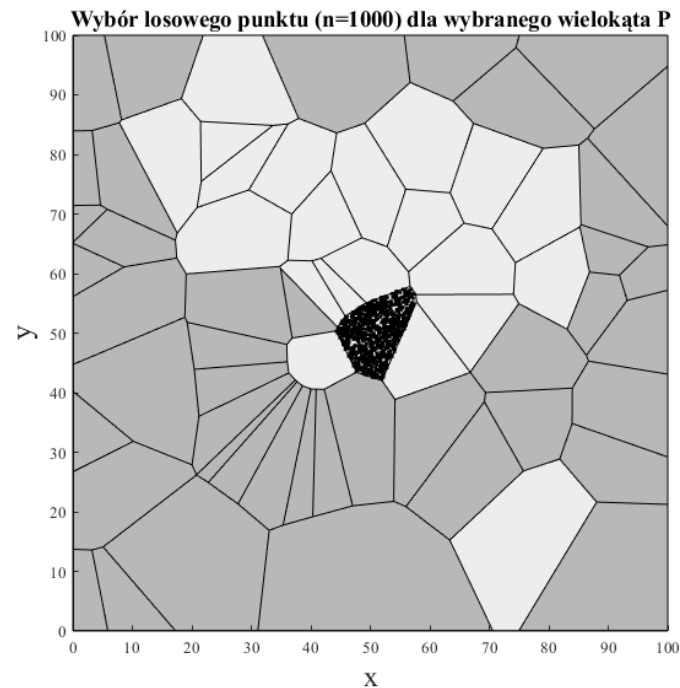


# Rozrost drzewa w GAVB-RRT



# Losowanie punktu (wielokąt)

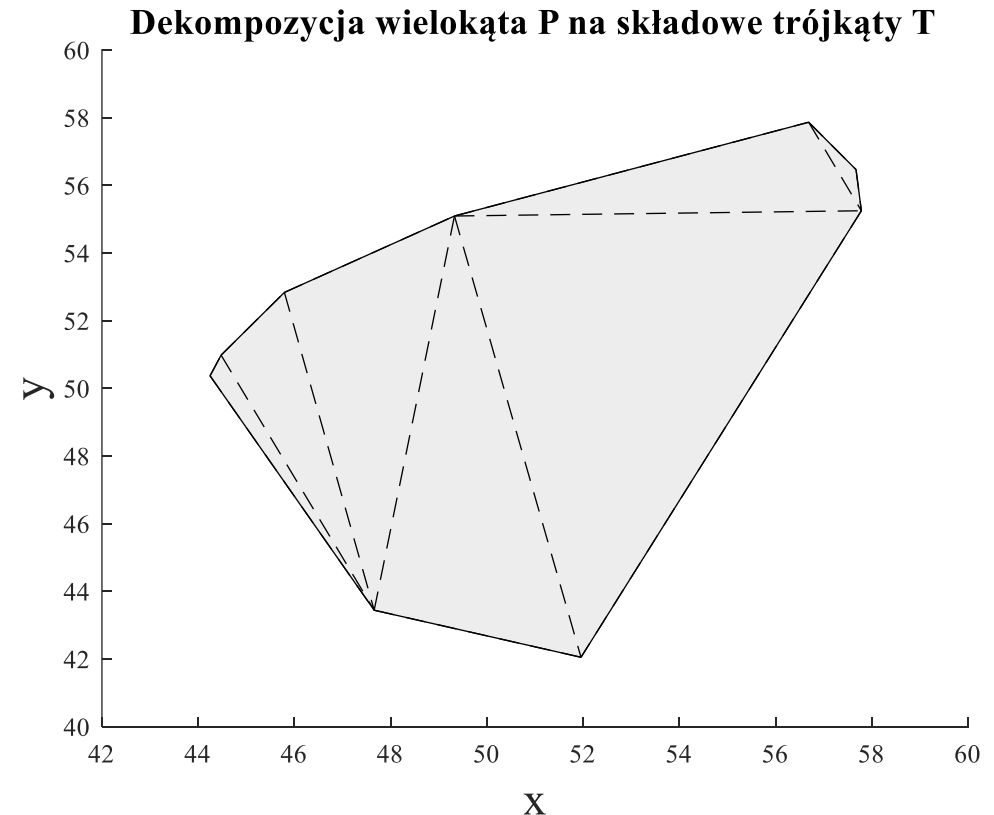
Wybór punktu  $p_{next}$  wobec którego będzie odbywać się rozszerzanie drzewa jest ograniczone do wybranego regionu wielokąta  $P$ . Punkt losowany jest jednokrotnie w pojedynczej iteracji.



# Dekompozycja $P$

Aby wybrać punkt  $x_{new}$  obszar  $P$  jest rozbijany na składowe trójkąty dzięki wykorzystaniu triangulacji Delunaya.

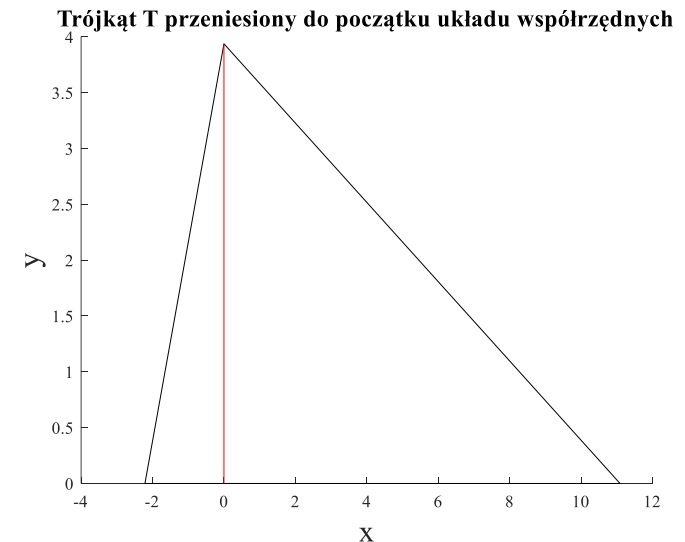
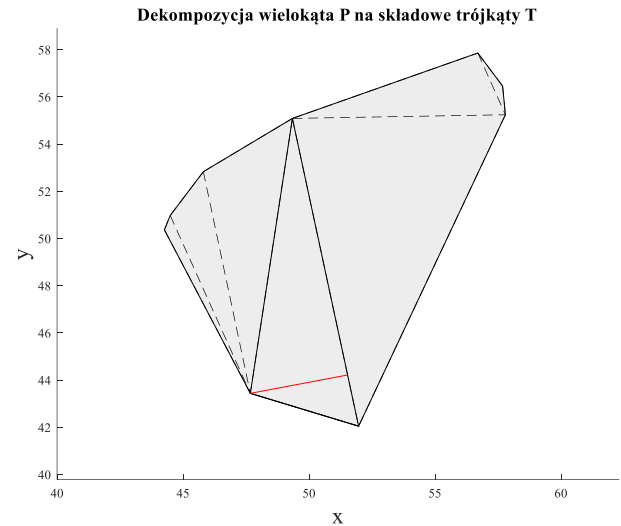
Suma obszarów poszczególnych trójkątów jest sumowana i normalizowana. Realizacja zmiennej losowej pozwala na wybranie jednego z trójkątów.



# Trójkąt jednostkowy

Wybrany pojedynczy trójkąt jest sprowadzany do początku układu współrzędnych z wykorzystaniem operacji translacji  $T$  oraz rotacji  $R$ . Najdłuższy bok trójkąta znajduje się na osi  $x$ . Wysokość trójkąta powiązana z tym bokiem opisana jest odcinkiem  $OH$   $[(0,0); (0,h)]$ . Skalowany jest następnie do trójkąta jednostkowego.

Wysokość dzieli trójkąt na dwa trójkąty prostokątne. Są rozpatrywane oddzielnie. Prawdopodobieństwo wylosowania punktu jest proporcjonalne do ich obszaru.



# Losowanie punktu (trójkąt)

Trójkąty są konwertowane do trójkątów jednostkowych. Realizacja nowego losowego punktu

$$p_T = (p_{Tx}, p_{Ty})$$

w takim trójkącie odbywa się z wykorzystaniem następującego równania

$$p_{Tx} = U(0,1)$$

$$p_{Ty} = U(0,1)$$

Przy czym dla  $p_{Tx} + p_{Ty} > 1$

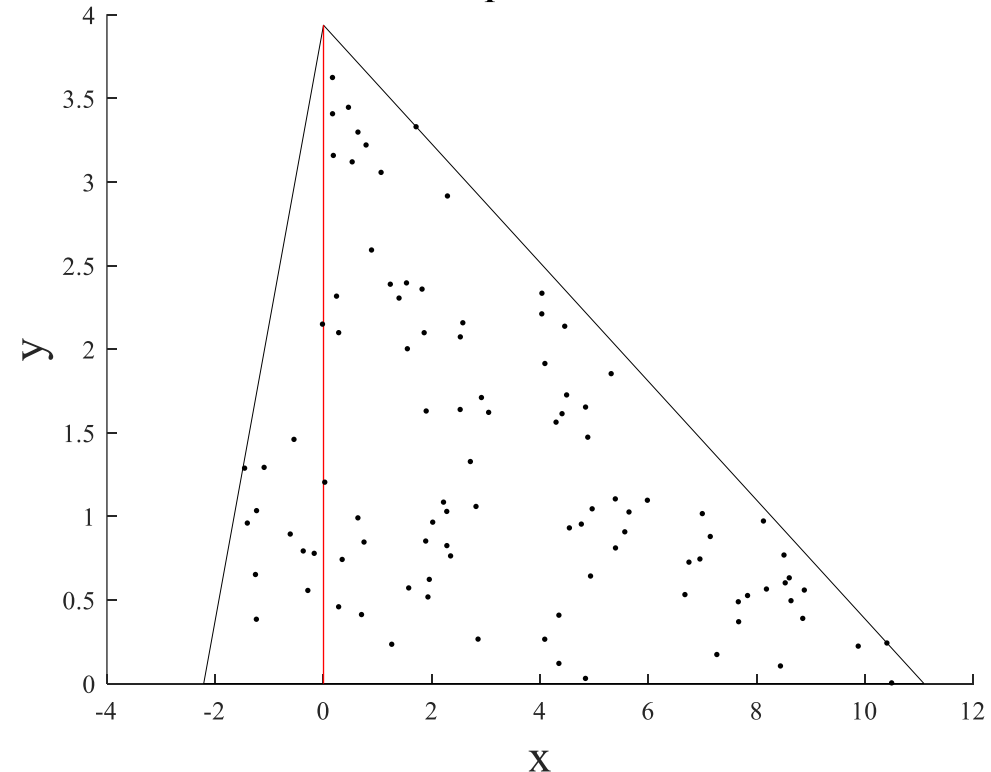
$$p_{Tx} = 1 - p_x$$

$$p_{Ty} = 1 - p_y$$

Punkt jest następnie mnożony przez długość  $w$  oraz wysokość  $h$  trójkąta. Powrót odbywa się poprzez odwrócenie operacji rotacji i translacji

$$p_{new} = R^{-1}p_T + T$$

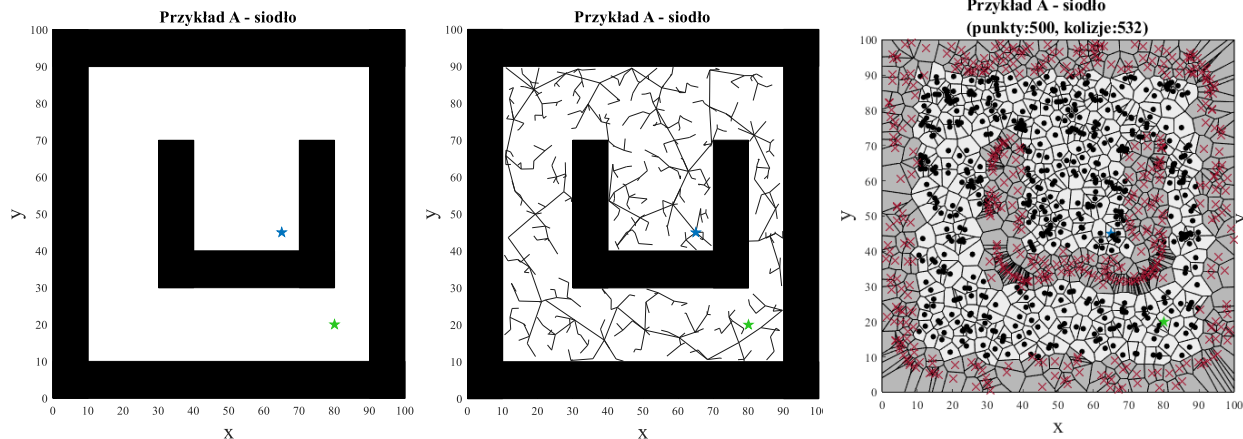
Wylosowane  $p_T$  dla trójkąta (n=100)



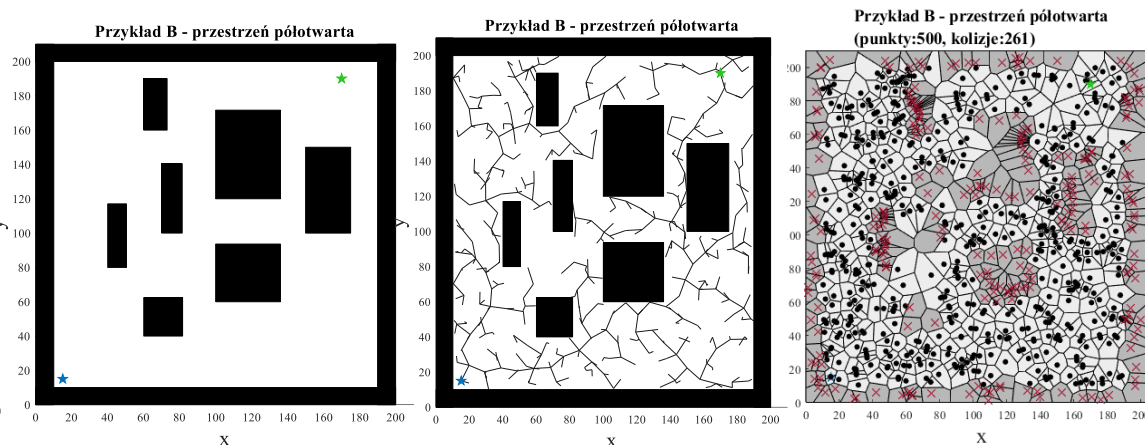


# Przykładowe środowiska

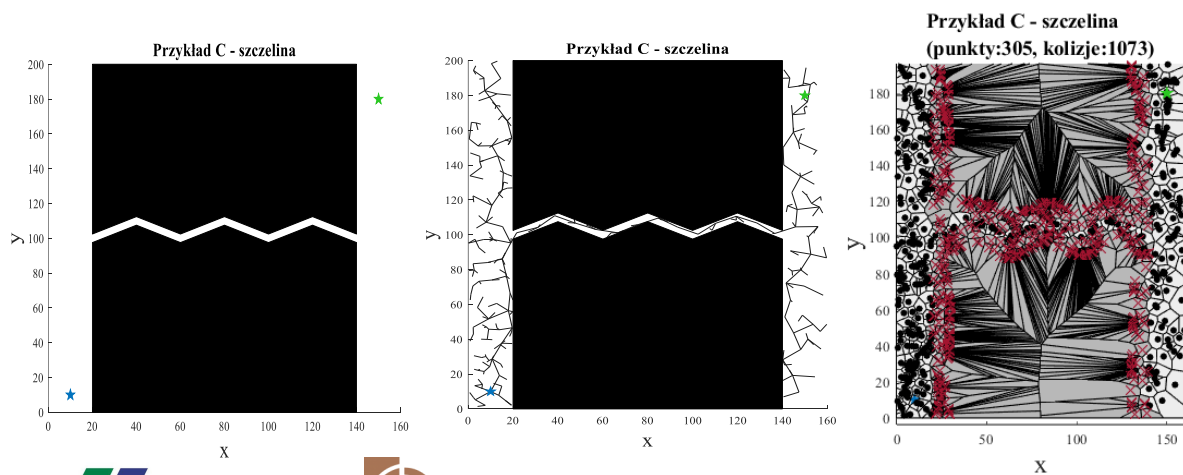
## Przykład A (Siodło)



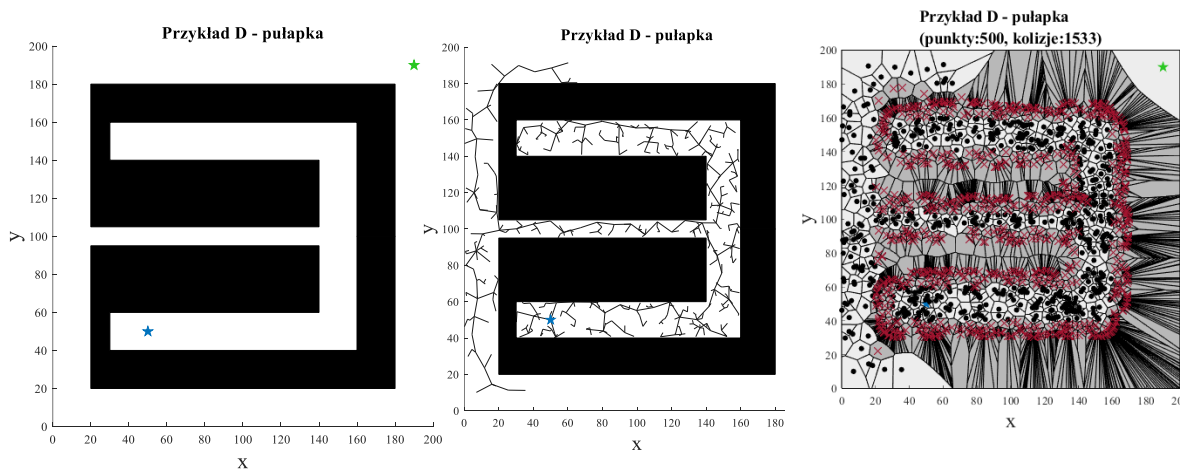
## Przykład B (Przestrzeń półotwarta)



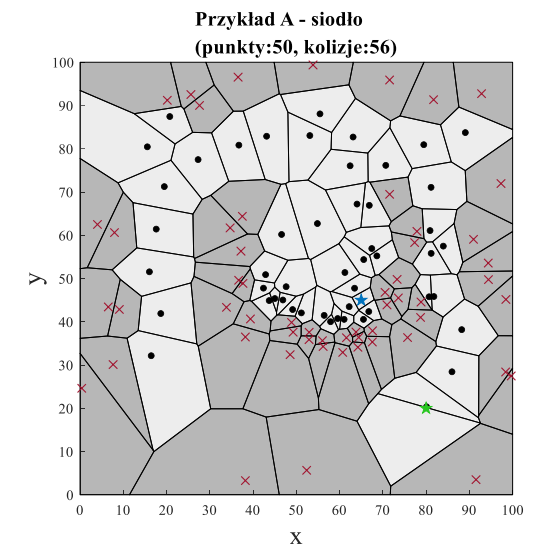
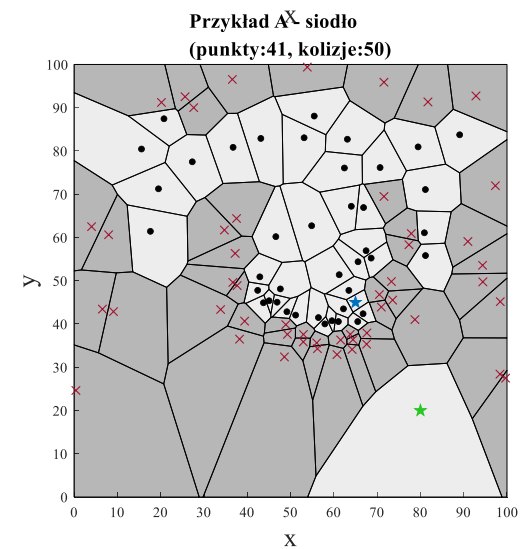
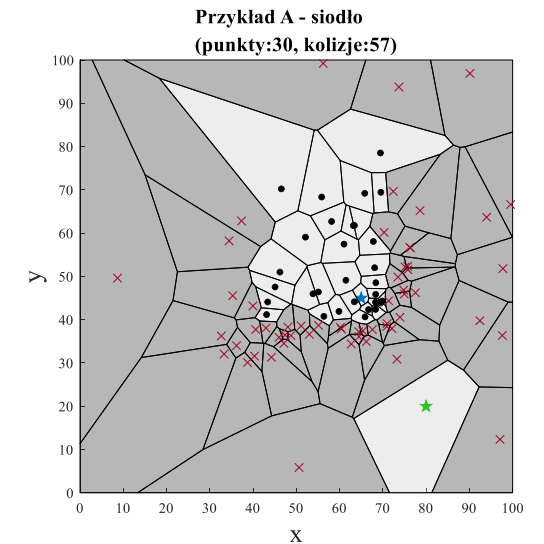
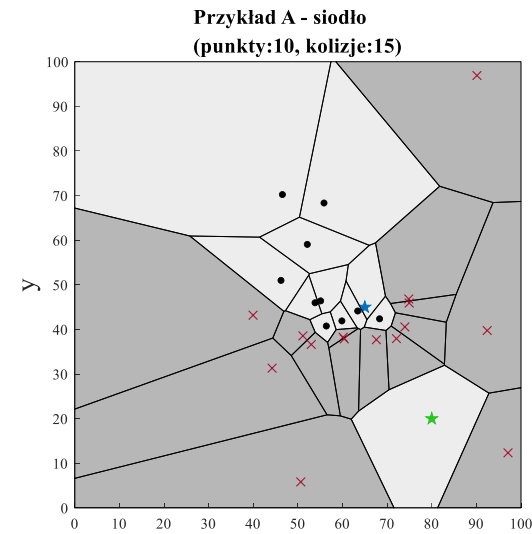
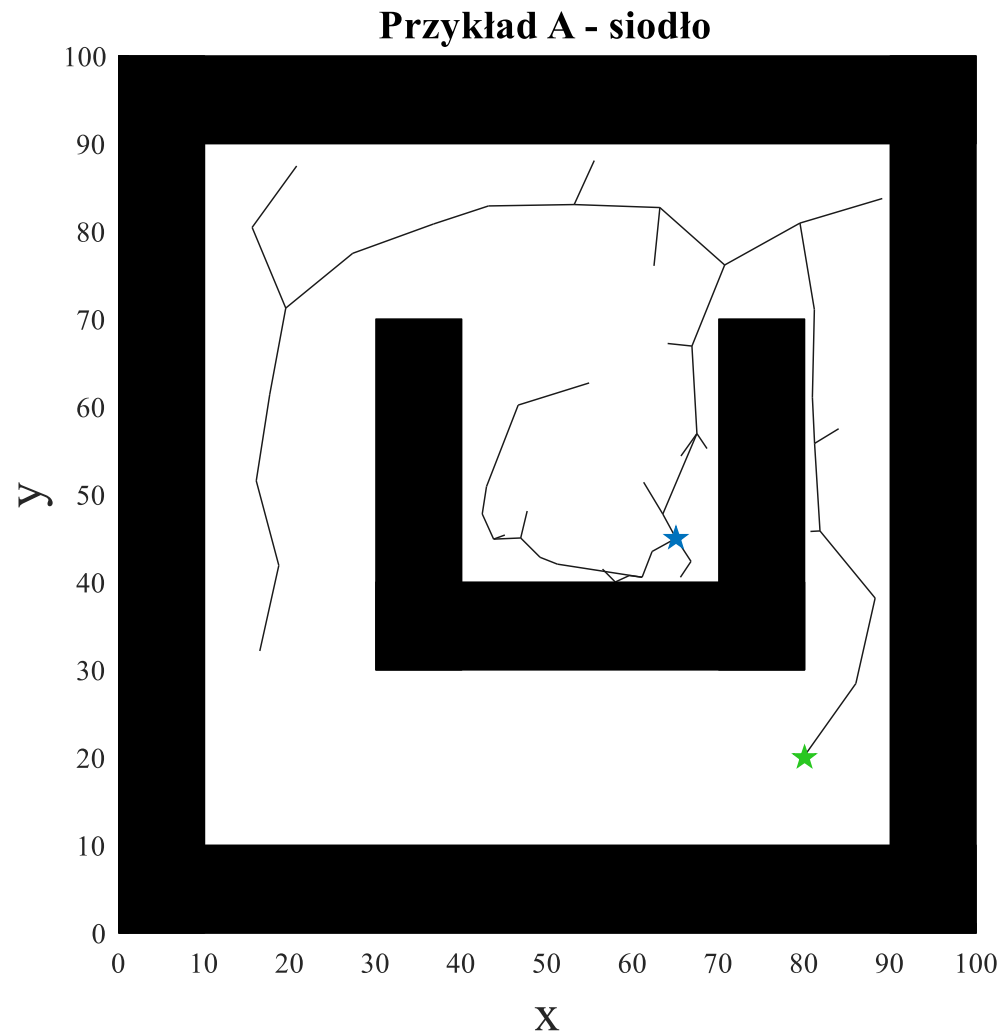
## Przykład C (Szczelina)



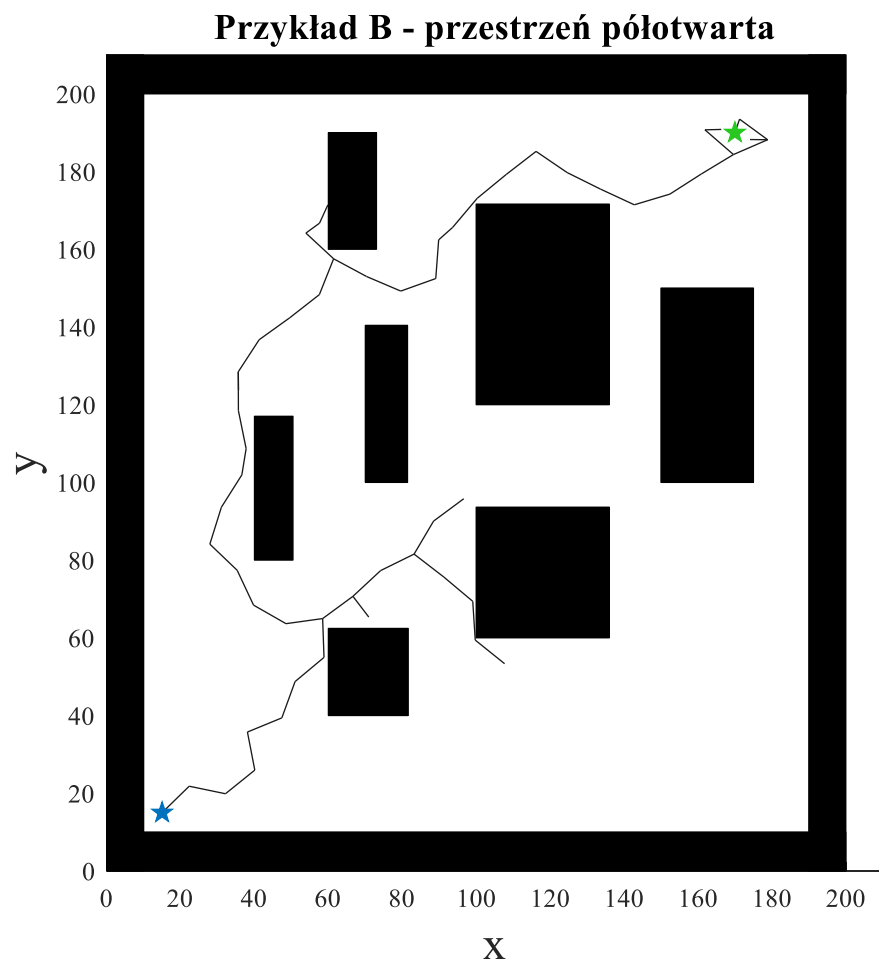
## Przykład D (Pułapka)



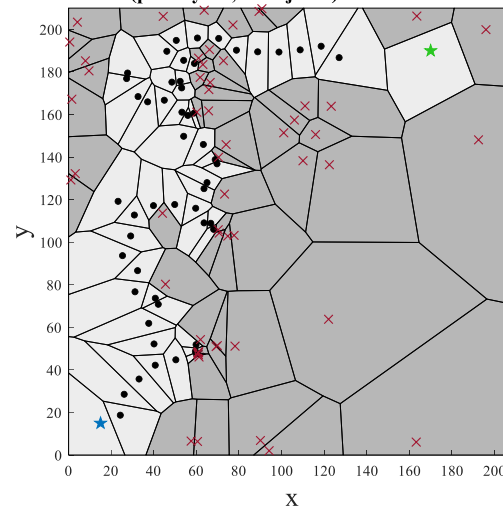
# Przykład A (siodło)



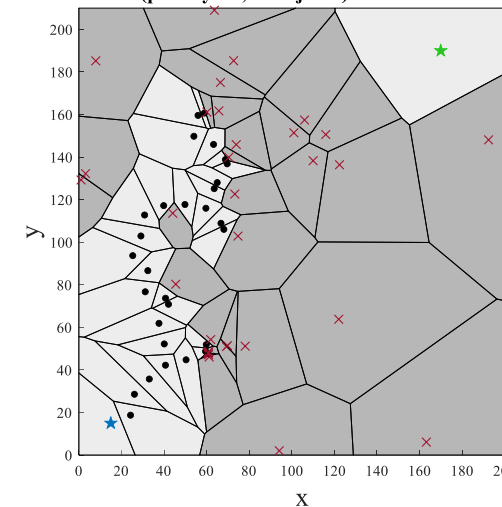
# Przykład B (przestrzeń półotwarta)



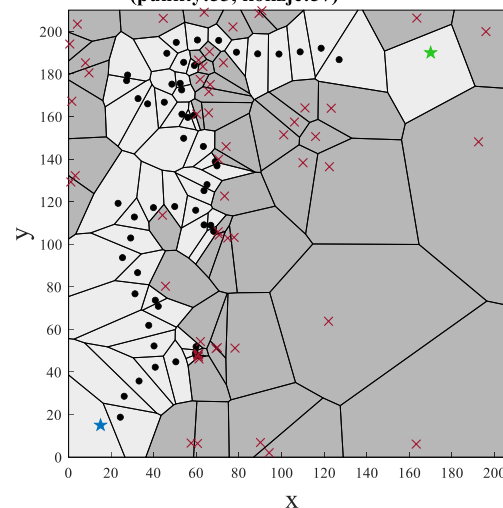
**Przykład B - przestrzeń półotwarta  
(punkty:53, kolizje:57)**



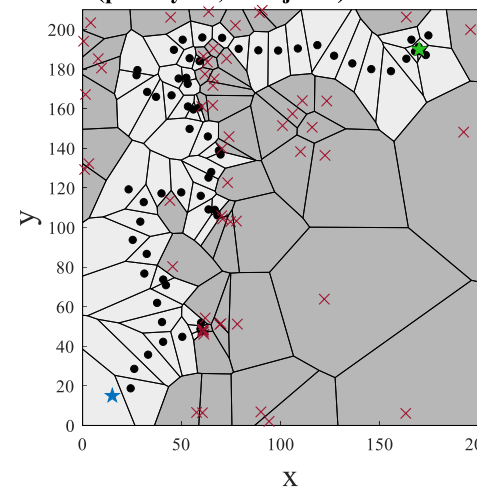
**Przykład B - przestrzeń półotwarta  
(punkty:29, kolizje:34)**



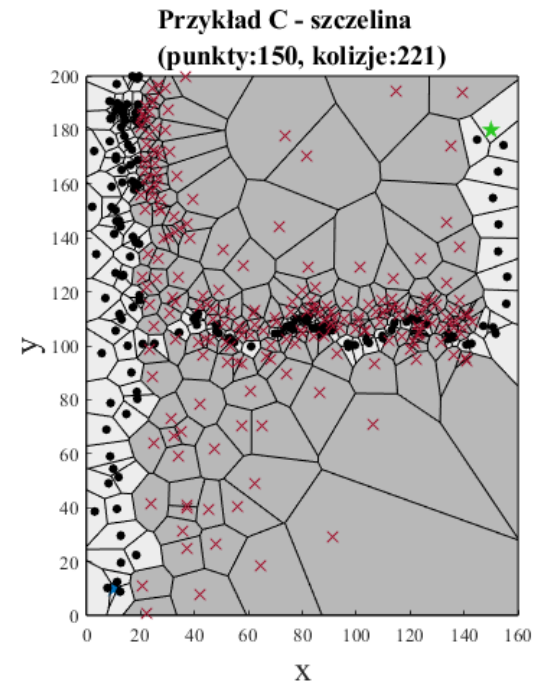
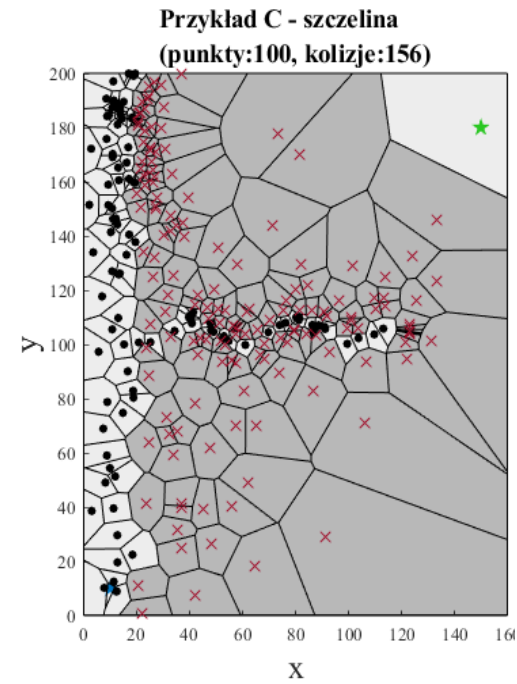
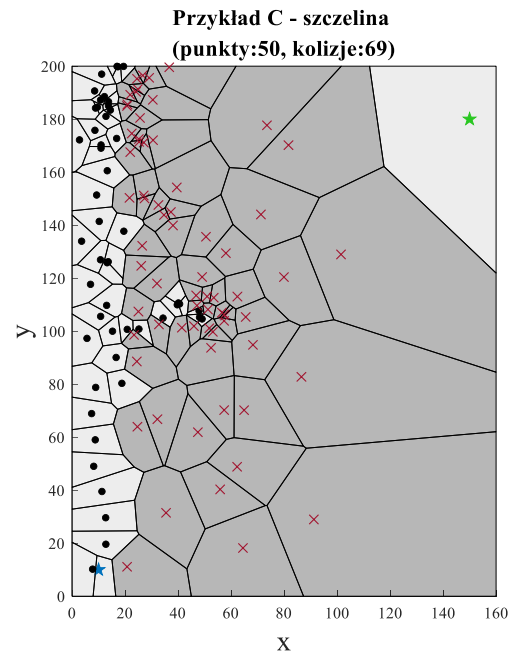
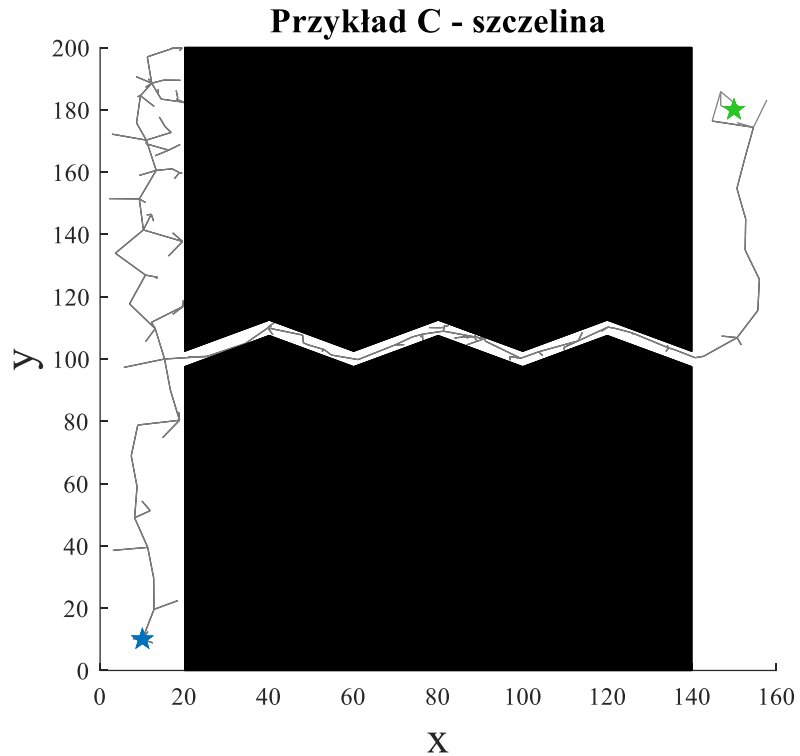
**Przykład B - przestrzeń półotwarta  
(punkty:53, kolizje:57)**



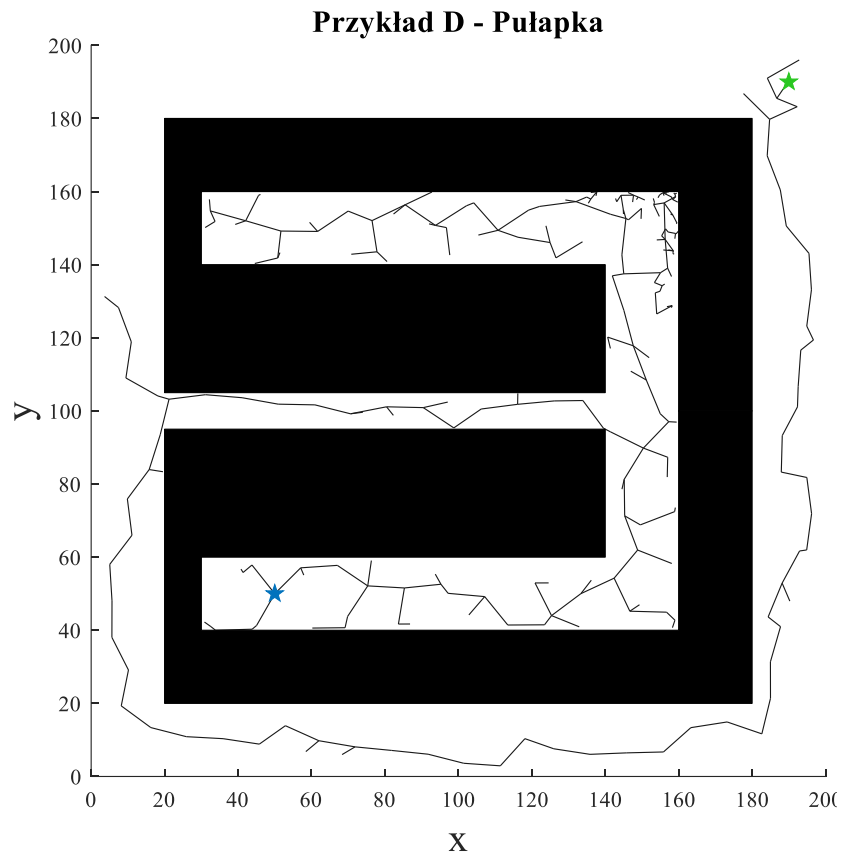
**Przykład B - przestrzeń półotwarta  
(punkty:64, kolizje:57)**



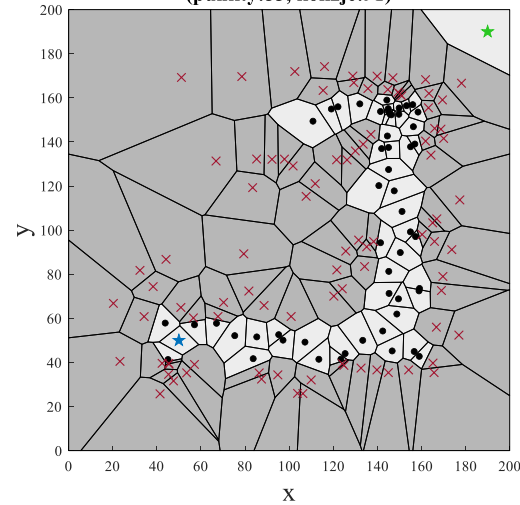
# Przykład C (szczelina)



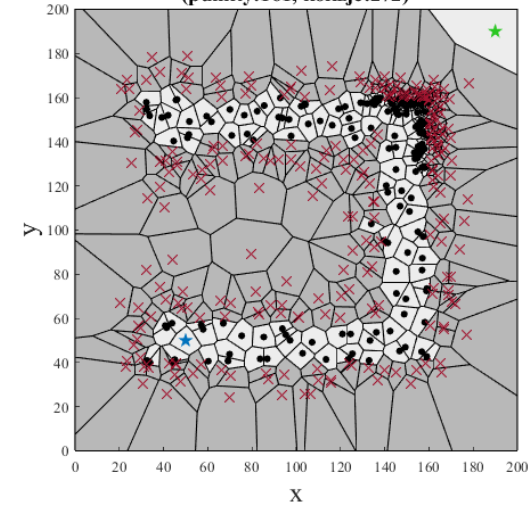
# Przykład D (pułapka)



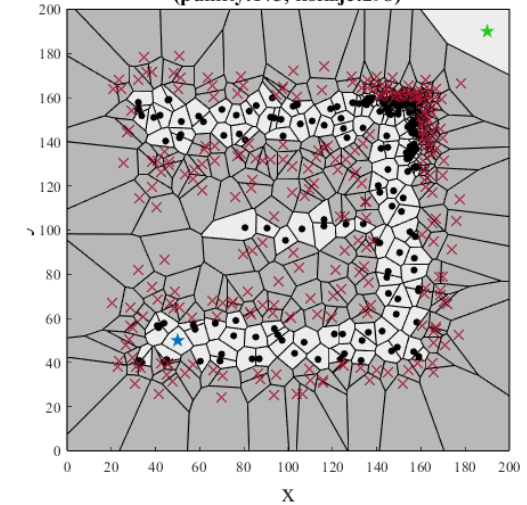
Przykład D - pułapka  
(punkty:53, kolizje:91)



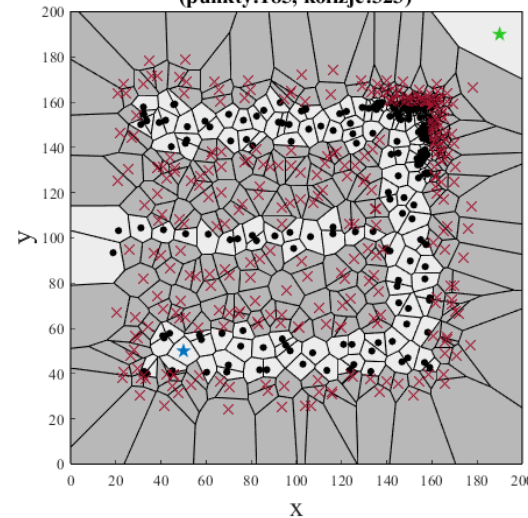
Przykład D - pułapka  
(punkty:161, kolizje:272)



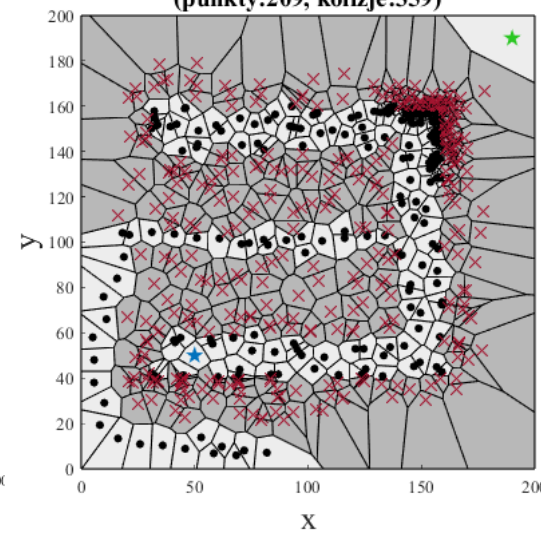
Przykład D - pułapka  
(punkty:173, kolizje:298)



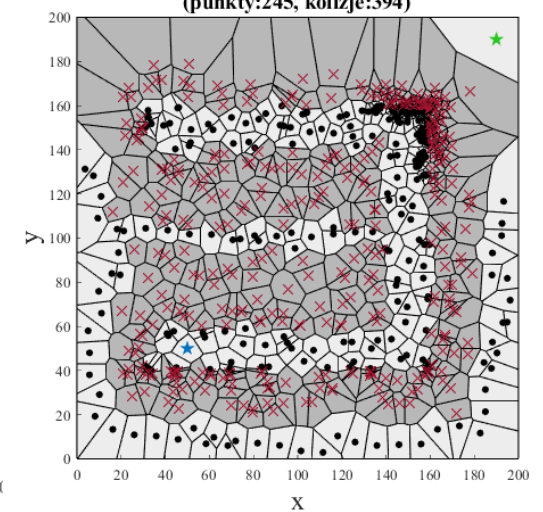
Przykład D - pułapka  
(punkty:185, kolizje:323)



Przykład D - pułapka  
(punkty:209, kolizje:359)



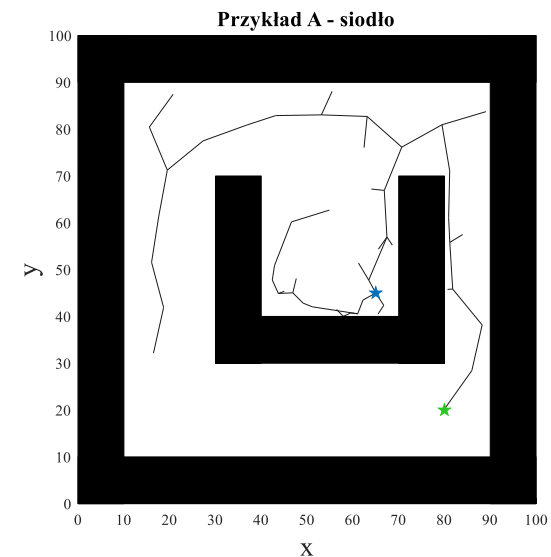
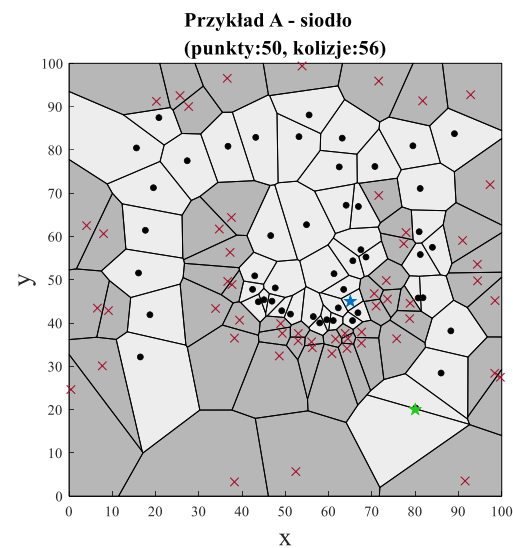
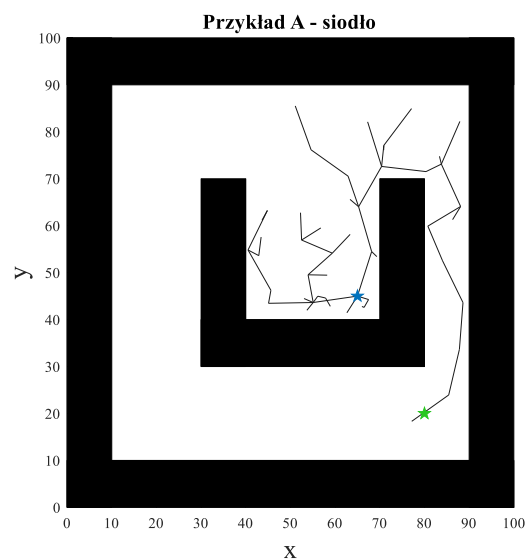
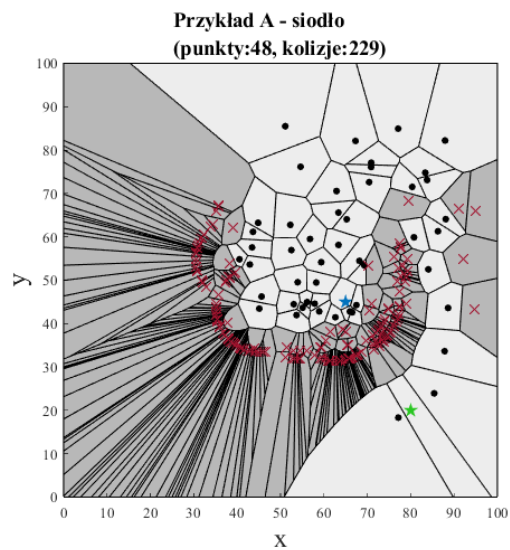
Przykład D - pułapka  
(punkty:245, kolizje:394)



# Przykład A – porównanie

hRRT

GAVB-RRT



	hRRT	GAVB-RRT
Liczba węzłów	48	50
Liczba kolizji	229	56

# Przykład B - porównanie

hRRT

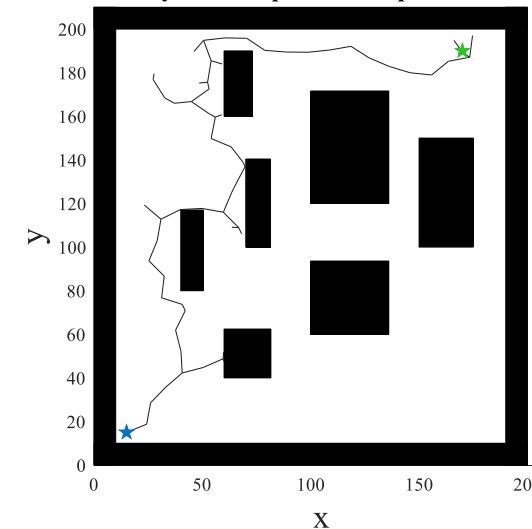
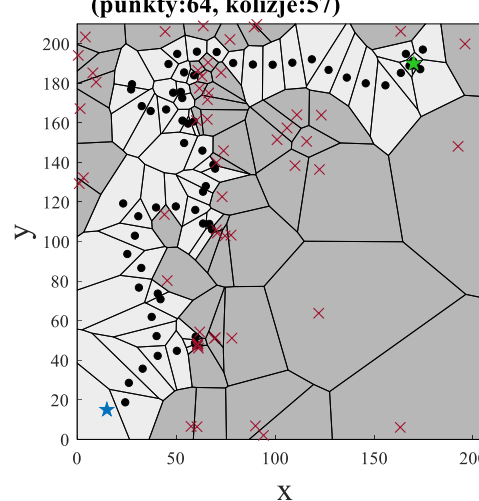
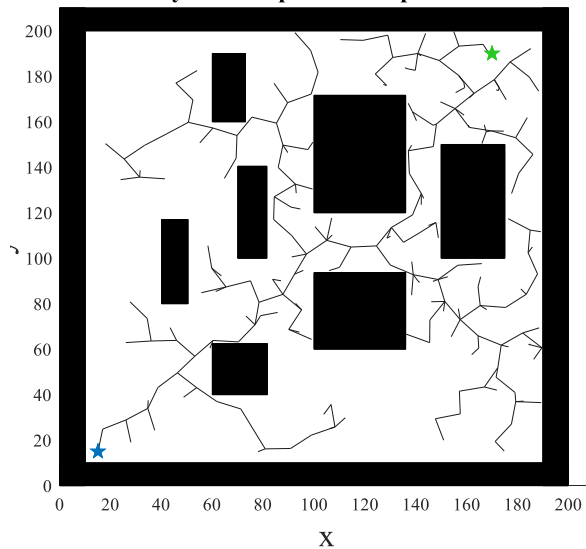
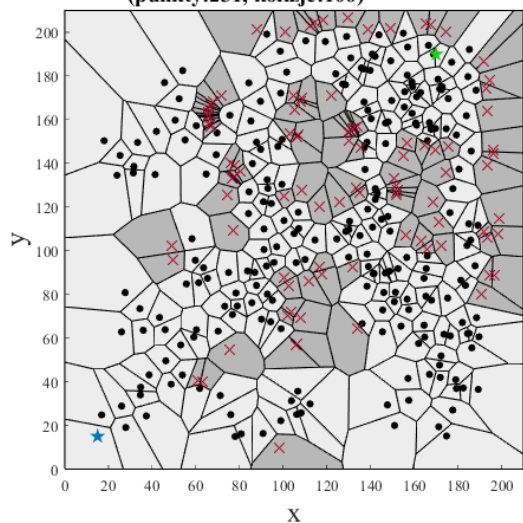
GAVB-RRT

Przykład B - przestrzeń półotwarta  
(punkty:231, kolizje:106)

Przykład B - przestrzeń półotwarta

Przykład B - przestrzeń półotwarta  
(punkty:64, kolizje:57)

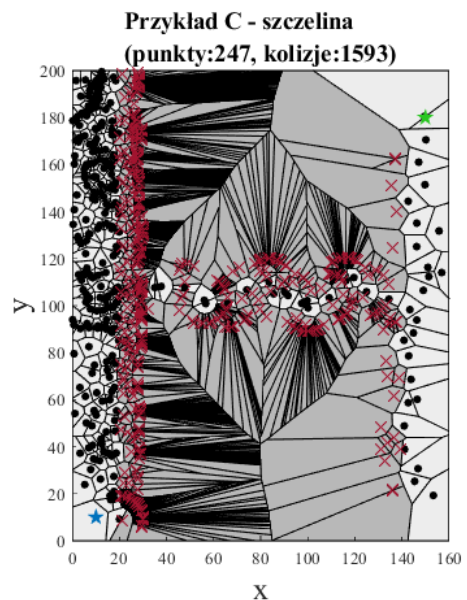
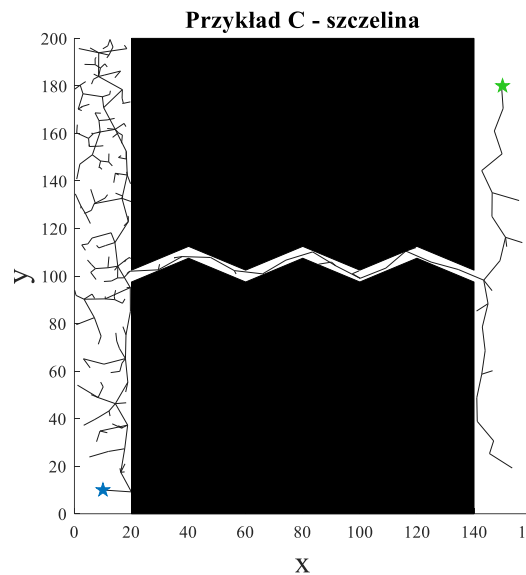
Przykład B - przestrzeń półotwarta



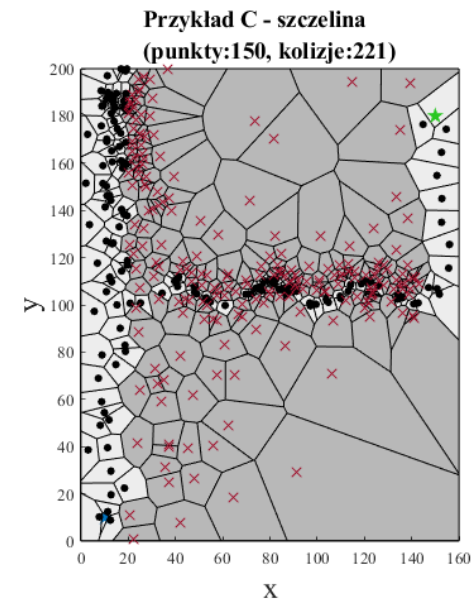
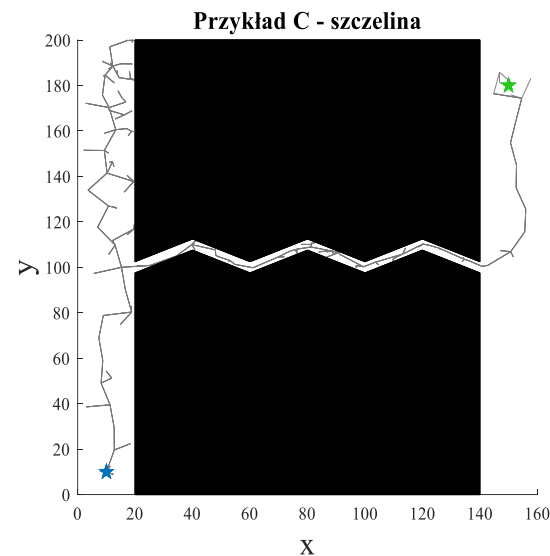
	hRRT	GAVB-RRT
Liczba węzłów	231	64
Liczba kolizji	106	57

# Przykład C - porównanie

hRRT



GAVB-RRT



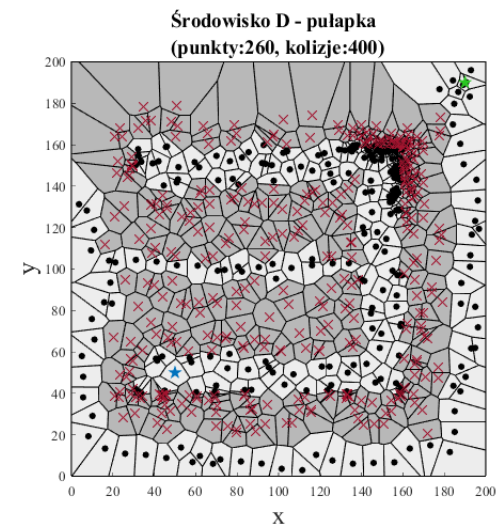
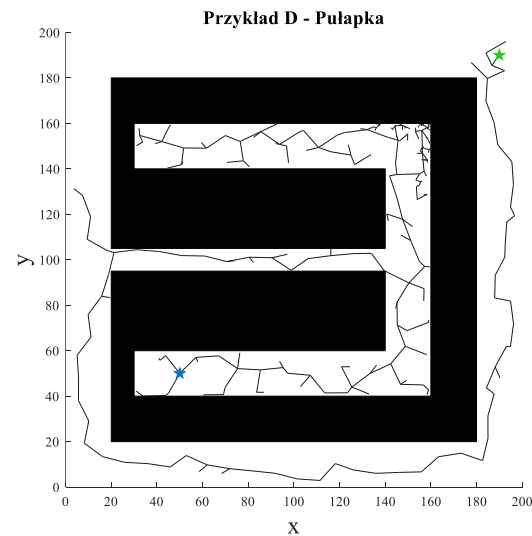
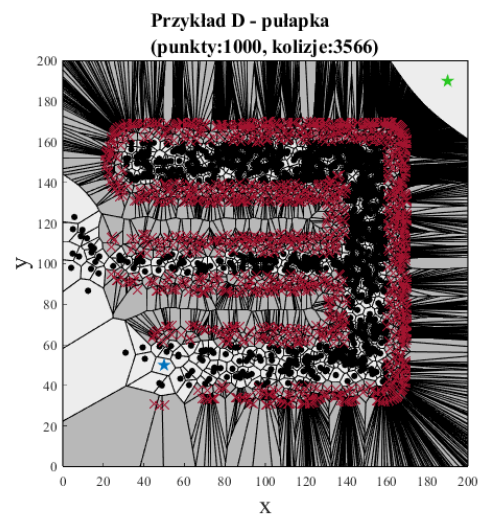
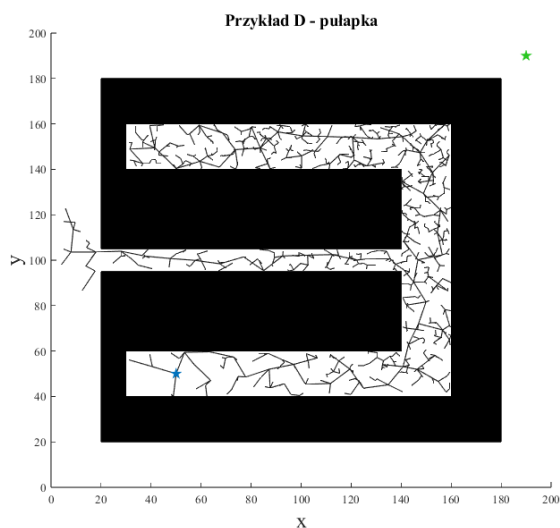
	hRRT	GAVB-RRT
Liczba węzłów	247	157
Liczba kolizji	1593	221



# Przykład D – porównanie

hRRT

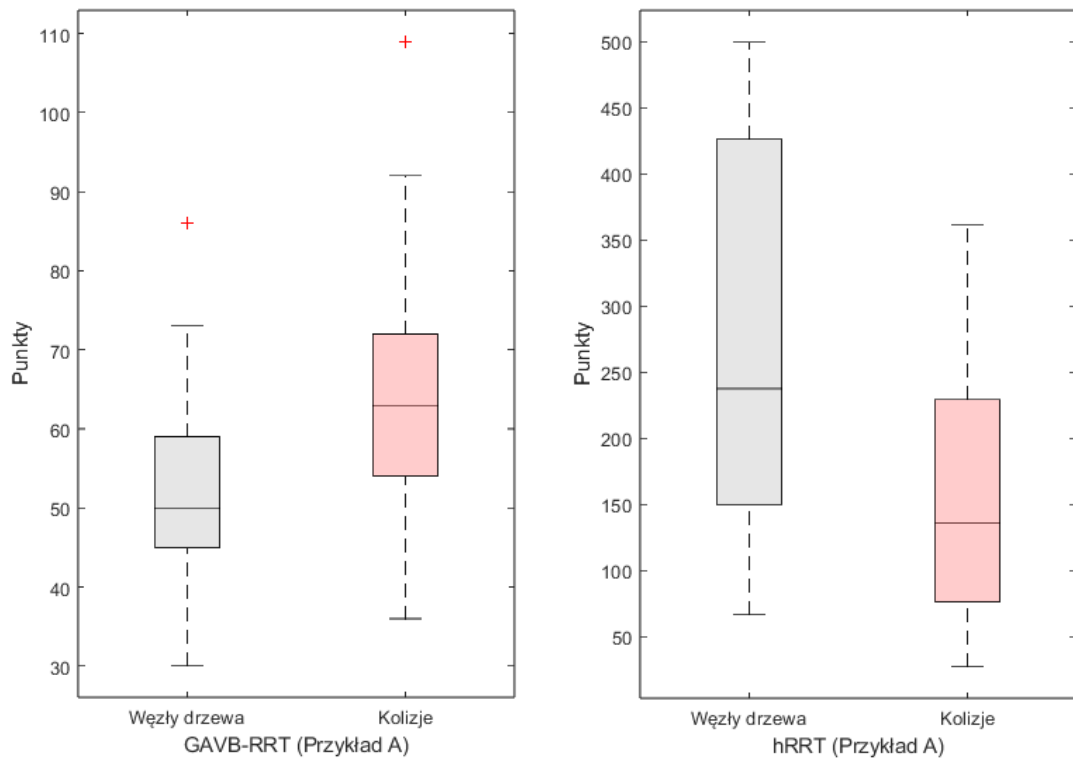
GAVB-RRT



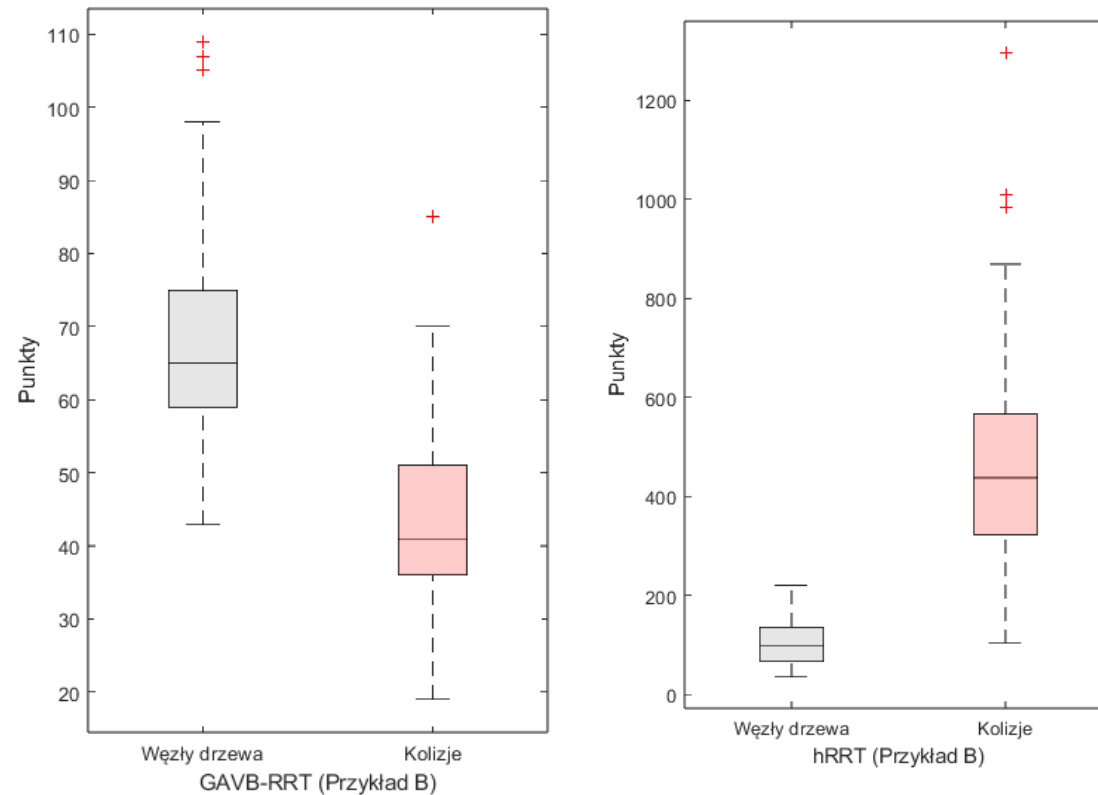
	hRRT	GAVB-RRT
Liczba węzłów	<b>1000</b>	260
Liczba kolizji	3566	400

# Porównanie metod dla wielu realizacji

Przykład A (siodło)

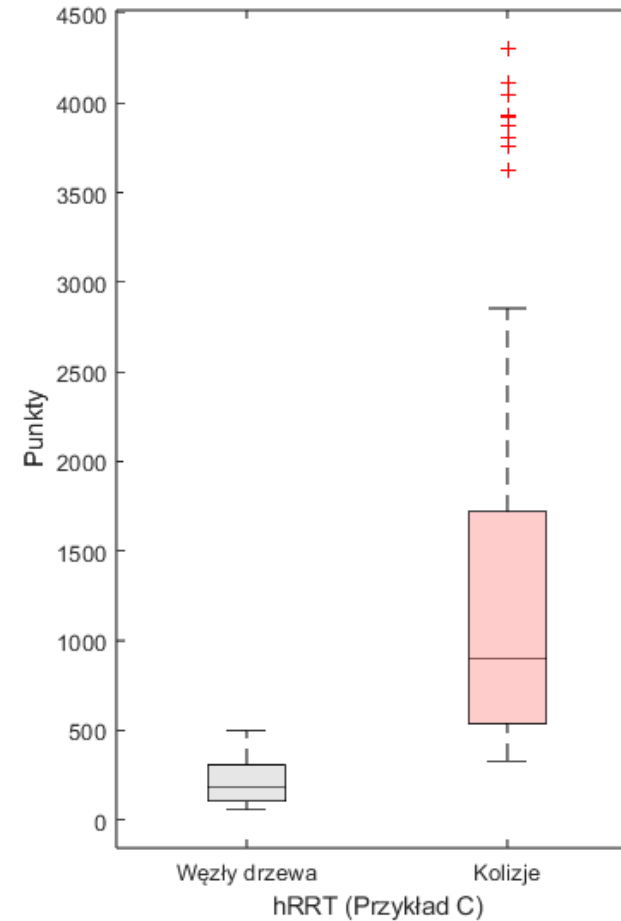
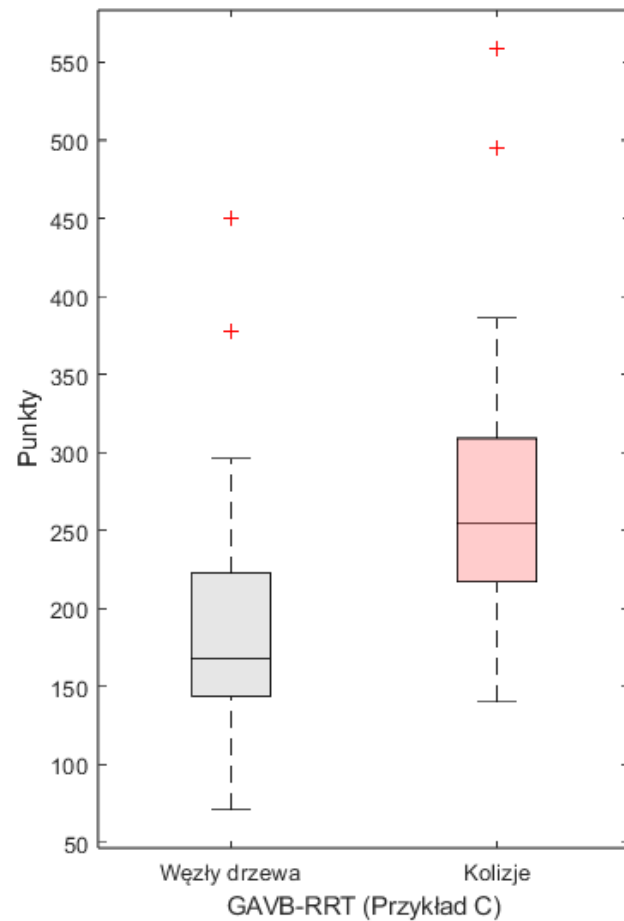


Przykład B (środowisko półotwarte)



# Porównanie metod dla wielu realizacji

## Przykład C (szczelina)



# Wnioski

---

- Opracowana metoda pozwala na osiągnięcie celu w mniejszej ilości kroków niż klasyczny algorytm RRT, a także heurystyczna wersja RRT (hRRT)
- Wykorzystanie informacji o przeszłych kolizjach pozwala na znaczące ograniczenie ich wpływu na eksplorację przestrzeni konfiguracyjnej
- Algorytm radzi sobie też w skomplikowanych przestrzeniach roboczych, warstwa eksploracyjna pozwala na wybrnięcie z minimów
- Powtarzalność wyników jest większa niż w porównywanym algorytmie hRRT



Zachodniopomorski  
Uniwersytet Technologiczny  
w Szczecinie



Wydział  
Elektryczny

Dziękuję za uwagę