

Zastosowania sterowania iteracyjnego z uczeniem w układach o parametrach rozłożonych

Maciej Patan

Uniwersytet Zielonogórski
Instytut Sterowania
i Systemów Informatycznych



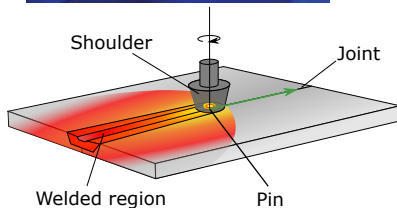
UNIVERSITY
OF ZIELONA GÓRA



Czasoprzestrzenna dynamika

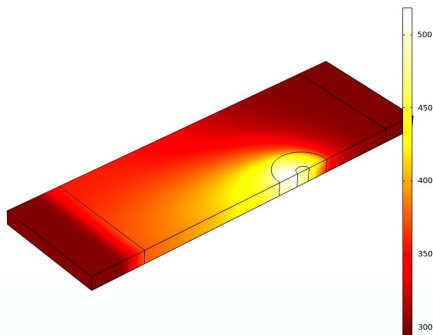
Przykład motywacyjny: Powtarzalny proces spawania tarcowego

- dwa arkusze aluminiowej blachy są przesuwane ze stałą prędkością pod narzędziem
- obracające się wrzeciono pod naciskiem produkuje ciepło, powodując zmiękczenie materiału, a następnie jego łączenie
- procedura jest powtarzana w kolejnych iteracjach o takim samym czasie trwania i warunkach początkowych



Czasoprzestrzenna dynamika c.d.

- transport ciepła w materiale charakteryzuje się złożonym czasoprzestrzennym rozkładem temperatury
- dynamikę procesu można opisać równaniem różniczkowym cząstkowym transportu ciepła typu **konwekcji-dyfuzji** z odpowiednimi warunkami brzegowymi odpowiedzialnymi za emisję ciepła z/do otoczenia



Sterowanie i estymacja

- **Problem śledzenia trajektorii:** W jaki sposób zapewnić precyzyjne sterowanie temperaturą spoiny poprawiając jakość przy powtórzeniach procesu?
- **Problem planowania:** Gdzie ulokować pirometry, aby uzyskać najwartościowszą informację o parametrach procesu pozwalających dostroić model do danych?

Dlaczego rozwiązanie jest tak trudne?

W układach o parametrach rozłożonych, dynamika zmienia się zarówno względem czasu jak też zmiennych przestrzennych; zazwyczaj jest opisywana przez równania różniczkowe cząstkowe i najczęściej analiza problemów modelowania i sterowania wymagana jest w zakresie określonego obszaru przestrzennego.

Sterowanie i estymacja

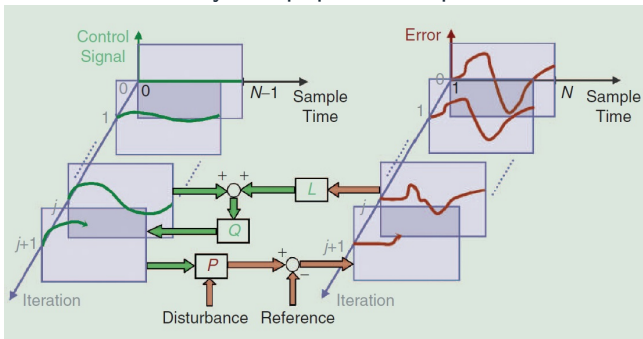
- **Problem śledzenia trajektorii:** W jaki sposób zapewnić precyzyjne sterowanie temperaturą spoiny poprawiając jakość przy powtórzeniach procesu?
- **Problem planowania:** Gdzie ulokować pirometry, aby uzyskać najwartościowszą informację o parametrach procesu pozwalających dostroić model do danych?

Dlaczego rozwiązanie jest tak trudne?

W **układach o parametrach rozłożonych**, dynamika zmienia się zarówno względem czasu jak też zmiennych przestrzennych; zazwyczaj jest opisywana przez **równania różniczkowe cząstkowe** i najczęściej analiza problemów modelowania i sterowania wymagana jest w zakresie określonego obszaru przestrzennego.

Iteracyjne sterowanie z uczeniem

- nowoczesna metoda syntezy sterowania z licznymi zastosowaniami w przemyśle (robotyka, obrabiarki CNC, pojazdy autonomiczne, obróbka cieplna, walcowanie metali, chemiczne procesy wsadowe, etc.)
- podstawowa idea – efektywność sterowania systemu powtarzającego iteracyjnie to samo zadanie wiele razy może zostać poprawiona poprzez uczenie na danych z poprzednich powtórzeń.



Dlaczego iteracyjne sterowanie z uczeniem w kontekście układów o parametrach rozłożonych?

- bardzo liczna grupa przemysłowych układów powtarzalnych to systemy z czasoprzestrzenną dynamiką, a te wymagają dedykowanych metod syntezy sterowania,
- mimo licznych technik wypracowanych dla układów o parametrach skupionych nadal brakuje efektywnych i 'łatwych w implementacji' technik sterowania dla układów rozłożonych,
- poszukiwanie metod odpornych na niedokładności modelu,
- problemy ze skuteczną przestrzenną dystrybucją procesów aktuacji i pomiaru (sieci aktuatorowe i/lub sensorowe),
- preferowane zdecentralizowane/rozproszone strategie sterowania.

Kontekst badań

Procesy transferu ciepła



- procesy automatycznego spawania/zgrzewania,
- piece próżniowe,
- ogrzewanie indukcyjne,
- piece słoneczne,
- ogrzewanie laserowe,
- magazyny energii.
- grant NCN 2020/37/B/ST7/03280 *Rozwój teorii i praktycznych zastosowań sterowania iteracyjnego z uczeniem (ILC), procesów powtarzalnych i systemów wielowymiarowych (nD)*
- grant NCN 2020/39/B/ST7/01487 *Kierowane danymi sterowanie i ocena wydajności dla przemysłowych procesów wsadowych*

Model układu

Rozważmy przedział czasu $T = [0, t_f]$ oraz obszar $\Omega \subset \mathbb{R}^3$:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \mathbf{v}(x) \cdot \nabla y = \nabla \cdot \kappa(x, t; \boldsymbol{\theta}) \nabla y + f(x, t; \boldsymbol{\theta}) \quad x \in \Omega, \quad t \in T,$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla y = q(x, t; \boldsymbol{\theta}), \quad (x, t) \in \Gamma_q \times T,$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla y = g(x, t; \boldsymbol{\theta}), \quad (x, t) \in \Gamma_g \times T$$

$$y(x, 0) = y_0(x; \boldsymbol{\theta}), \quad x \in \Omega, \quad (x, t) \in \Omega \times \{0\}$$

- ▶ $x \in \Omega$ – zmienna przestrzenna, $t \in \bar{T}$ – czas,
- ▶ $y = y(x, t; \theta)$ – stan układu,
- ▶ Γ_q – segment brzegu, na którym jest realizowane sterowanie, Γ_g – reszta elementów brzegowych ($\partial\Omega = \Gamma_g \cup \Gamma_q$)
- ▶ f, g, q, y_0 – znane funkcje,
- ▶ $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^m$ - wektor nieznanych parametrów układu.

Wejście sterowania

Problem sterowania optymalnego

Wyznaczyć pole aktuacyjne $q(x, t, \theta)$ tak, aby zmaksymalizować jakość śledzenia zmiennej stanu dla arbitralnie dobranego sygnału referencyjnego w określonej lokalizacji przestrzennej (np. przy narzędziu).

Pole aktuacyjne:

- wynik działania R zewnętrznych elementów wykonawczych działających na brzegu,
- uproszczenie problemu na drodze aproksymacji afinicznej sterowania:

$$q(x, t, \theta) = \sum_{i=1}^R q_i(x, \theta) u_i(t),$$

- ▶ $u_i(t)$ – wejście i -tego elementu wykonawczego,
- ▶ $q_i(x)$ – znana nieujemna funkcja ($\int_{\Gamma} q_i(x) ds < \infty$) reprezentująca przestrzenną akcję i -tego elementu

Obserwacje

Pomiary stanu procesu

W przypadku N stacjonarnych czujników:

$$z^j(t) = \int_{\Omega} p_j(x)y(x, t; \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u})dx + \varepsilon^j(t), \quad j = 1, \dots, N$$

- ▶ $z^j(t)$ – wyjście pomiarowe,
- ▶ $\mathbf{u} = [u_1(t), \dots, u_R(t)]^T$ – wejściowy sygnał sterujący,
- ▶ $p^j(x)$ – nieujemna funkcja reprezentująca przestrzenną realizację pomiaru,

$$\int_{\Omega} p^j(x)dx = 1,$$

- ▶ $\varepsilon^j(t)$ – nieskorelowany szum pomiarowy o zerowej wartości oczekiwanej.

Obserwacje c.d.

Możliwe strategie pomiarowe

Wprowadzona definicja pomiaru pozwala na realizację różnorodnych strategii obserwacji, np.

- pomiar w pełni rozproszony (informacja uśredniona po całej domenie przestrzennej)

$$p^j(x) = \begin{cases} 1/\text{area}(\Omega), & x \in \Omega \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- pomiar punktowy (ulożony w pozycji x_s)

$$p^j(x) = \delta\{x_s\}$$

▶ $\delta\{\cdot\}$ – rozkład Diraca

Obserwacje c.d.

Możliwe strategie pomiarowe

Wprowadzona definicja pomiaru pozwala na realizację różnorodnych strategii obserwacji, np.

- pomiar w pełni rozproszony (informacja uśredniona po całej domenie przestrzennej)

$$p^j(x) = \begin{cases} 1/\text{area}(\Omega), & x \in \Omega \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

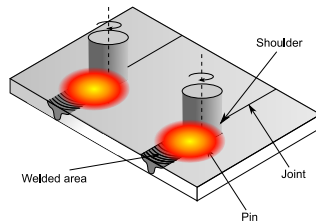
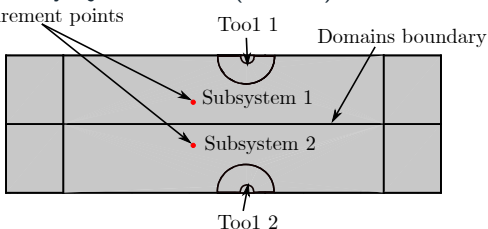
- pomiar punktowy (ulożony w pozycji x_s)

$$p^j(x) = \delta\{x_s\}$$

- ▶ $\delta\{\cdot\}$ – rozkład Diraca

Sterowanie iteracyjne

Wprowadźmy podział Ω na R rozłącznych podobszarów Ω_i gdzie $\bigcup_{i=1}^R \Omega_i = \Omega$. Dla przejrzystości, przyporządkujmy dla każdego obszaru jeden element wykonawczy i jeden sensor ($N = R$).



Cel sterowania

- dla każdego podsystemu iteracyjnie dostrajamy u_k w k -tym powtórzeniu procesu, tak aby wyjścia $z_k^j(t)$ śledziły arbitralnie dobraną różniczkowalną trajektorię referencyjną $z_{\text{ref}}(t)$ możliwie najdokładniej,
- zbieżność w sensie błędu śledzenia $\|e_k(t)\| = \|z_k^j(t) - z_{\text{ref}}(t)\|$ przy $k \rightarrow \infty$.

Sterowanie iteracyjne c.d.

Reguła sterowania

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Lambda}_k \tilde{\mathbf{e}}_k(t),$$

gdzie $\mathbf{\Lambda}_k \in \mathbb{R}^{R \times R}$ jest macierzą współczynników uczenia. Najczęściej stosowane wybory dla $\tilde{\mathbf{e}}_k(t)$:

- $e_k(t)$ – reguła aktualizacji typu P,
 - $\dot{e}_k(t)$ – reguła aktualizacji typu D.
-
- ▶ możliwy duży nakład obliczeniowy strojenia $\mathbf{\Lambda}_k$ wraz ze wzrostem R
 - ▶ brak odporności na nadmierny błąd pomiarowy lub uszkodzenia czujników,

Możliwe podejście do decentralizacji

Sposobem jest redukcja nielokalnej informacji potrzebnej dla realizacji prawa sterowania w każdym podsystemie z zastosowaniem efektywnego mechanizmu **predykcji** bazującej na 'modelu' (równania różniczkowe cząstkowych).

Sterowanie iteracyjne c.d.

Reguła sterowania

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Lambda}_k \tilde{\mathbf{e}}_k(t),$$

gdzie $\mathbf{\Lambda}_k \in \mathbb{R}^{R \times R}$ jest macierzą współczynników uczenia. Najczęściej stosowane wybory dla $\tilde{\mathbf{e}}_k(t)$:

- $e_k(t)$ – reguła aktualizacji typu P,
 - $\dot{e}_k(t)$ – reguła aktualizacji typu D.
- ▶ możliwy duży nakład obliczeniowy strojenia $\mathbf{\Lambda}_k$ wraz ze wzrostem R
- ▶ brak odporności na nadmierny błąd pomiarowy lub uszkodzenia czujników,

Możliwe podejście do decentralizacji

Sposobem jest redukcja nielokalnej informacji potrzebnej dla realizacji prawa sterowania w każdym podsystemie z zastosowaniem efektywnego mechanizmu **predykcji** bazującej na ‘**modelu**’ (równania różniczkowe cząstkowych).

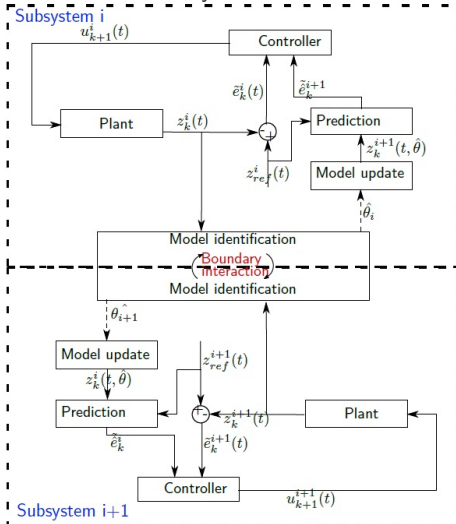
Decentralizacja

Zdecentralizowana reguła sterowania iteracyjnego

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Lambda}_m \tilde{\mathbf{e}}_k(t) + \mathbf{\Lambda}_p \tilde{\tilde{\mathbf{e}}}_k(t)$$

- $\mathbf{\Lambda}_m \in \mathbb{R}^{R \times R}$ – diagonalna macierz uczenia dla błędu śledzenia (lokalne pomiary),
- $\mathbf{\Lambda}_p \in \mathbb{R}^{R \times R}$ – macierz uczenia (zerowodiagonalna) dla predykcji błędu śledzenia $\tilde{\mathbf{e}}_k(t)$ (lokalna estymata błędu z pozostałych podsystemów)
- jedyna interakcja zachodzi poprzez wspólny brzeg obszarów

Zdecentralizowany schemat sterowania



Miara jakości predykcji

- Niezbędne jest określenie najlepszej przestrzennej konfiguracji dla czujników (czyli $p_i(x)$) celem maksymalizacji **dokładności predykcji**

Wariancja predykcji wyjścia modelu

Jeżeli estymata MNW $\hat{\theta}$ wektora parametrów θ jest dostępna, można zastosować wariancję predykcji dla szacowanego pomiaru $\hat{z}_k^i(t) = z_k^i(t; \hat{\theta})$:

$$\begin{aligned}\text{var}(z_k^i(t; \hat{\theta})) &= E\left\{[z_k^i(t; \theta) - z_k^i(t; \hat{\theta})]^2\right\} \\ &\approx \frac{\partial z_k^i(t; \hat{\theta})}{\partial \theta} \text{cov}(\hat{\theta}) \left(\frac{\partial z_k^i(t; \hat{\theta})}{\partial \theta}\right)^T.\end{aligned}$$

- z nierówności Craméra-Rao mamy

$$\text{cov} \hat{\theta} = E\left\{(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T\right\} \succeq M^{-1},$$

gdzie M oznacza macierz informacyjną Fishera

Miara jakości predykcji

- Niezbędne jest określenie najlepszej przestrzennej konfiguracji dla czujników (czyli $p_i(x)$) celem maksymalizacji **dokładności predykcji**

Wariancja predykcji wyjścia modelu

Jeżeli estymata MNW $\hat{\theta}$ wektora parametrów θ jest dostępna, można zastosować wariancję predykcji dla szacowanego pomiaru $\hat{z}_k^i(t) = z_k^i(t; \hat{\theta})$:

$$\begin{aligned}\text{var}(z_k^i(t; \hat{\theta})) &= E\left\{[z_k^i(t; \theta) - z_k^i(t; \hat{\theta})]^2\right\} \\ &\approx \frac{\partial z_k^i(t; \hat{\theta})}{\partial \theta} \text{cov}(\hat{\theta}) \left(\frac{\partial z_k^i(t; \hat{\theta})}{\partial \theta}\right)^T.\end{aligned}$$

- z nierówności Craméra-Rao mamy

$$\text{cov} \hat{\theta} = E\left\{(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T\right\} \succeq M^{-1},$$

gdzie M oznacza macierz informacyjną Fishera

Optymalizacja jakości predykcji

Problem optymalnej konfiguracji czujników

Znajdź sekwencję rozkładów $p_i(x)$, $i = 1, \dots, N$ żeby zminimalizować

$$\mathcal{J}(p_1, \dots, p_N) = \max_{t \in T} \max_i \text{var}(z_k^i(t; \hat{\theta}))$$

przy ograniczeniach

$$\int_{\Omega_i} p_i(x) dx = 1, \quad i = 1, \dots, N$$

- problem bardzo trudny, jednak dla dedykowanych sytuacji (np. czujniki punktowe stacjonarne/skanujące) istnieją niezwykle efektywne aproksymacje oparte na idei tzw. bezpośrednio ograniczonych miar planu eksperymentu (Fedorov, 1989; Uciński i Patan, IFAC 2005, Patan i Klimkowicz, ICARCV 2022).
- rozwiązanie zazwyczaj nie jest jednoznaczne → możliwa redukcja liczby czujników poprzez procedury postoptymalizacyjne

Optymalizacja jakości predykcji

Problem optymalnej konfiguracji czujników

Znajdź sekwencję rozkładów $p_i(x)$, $i = 1, \dots, N$ żeby zminimalizować

$$\mathcal{J}(p_1, \dots, p_N) = \max_{t \in T} \max_i \text{var}(z_k^i(t; \hat{\theta}))$$

przy ograniczeniach

$$\int_{\Omega_i} p_i(x) dx = 1, \quad i = 1, \dots, N$$

- problem bardzo trudny, jednak dla dedykowanych sytuacji (np. czujniki punktowe stacjonarne/skanujące) istnieją niezwykle efektywne aproksymacje oparte na idei tzw. bezpośrednio ograniczonych miar planu eksperymentu (Fedorov, 1989; Uciński i Patan, IFAC 2005, Patan i Klimkowicz, ICARCV 2022).
- rozwiązanie zazwyczaj nie jest jednoznaczne → możliwa redukcja liczby czujników poprzez procedury nioptymizacyjne

Analiza zbieżności

A1. Istnienie rozwiązania

Niech $\mathbf{z}_{\text{ref}}(t)$ oznacza wektor trajektorii referencyjnych określony a priori na skończonym horyzoncie czasowym T . Zakładamy, że $\mathbf{z}_{\text{ref}}(t)$ jest realizowalny, tzn. istnieje $\mathbf{u}_{\text{ref}}(t) = [u_{\text{ref},1}, \dots, u_{\text{ref},R}]^T$ przy $\varepsilon(t) = 0$ z warunkiem początkowym $y_{\text{ref}}(x, 0) = 0$ taka, że:

$$\frac{\partial y_{\text{ref}}(x, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}(x)y_{\text{ref}}(x, t)) = \nabla \cdot (\kappa \nabla y_{\text{ref}}(x, t)) + f(x),$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla y_{\text{ref}} = \mathbf{q}(x)^T \mathbf{u}_{\text{ref}}(t)$$

gdzie: $\mathbf{q}(x) = [q_1(x), \dots, q_N(x)]^T$ oraz

$$\mathbf{z}_{\text{ref}}^j(t) = \int_{\Omega} p_j(x) y_{\text{ref}}(x, t) dx, \quad t \in T, \quad j = 1, \dots, N.$$

Analiza zbieżności c.d.

A2. Odtwarzalność warunków początkowych

Zakładamy jednakowe warunki początkowe dla wszystkich powtórzeń

$$y_k(x, 0) = y_{\text{ref}}(x, 0) = 0, \forall k$$

Twierdzenie

Niech założenia (A1)–(A2) będą spełnione. Dodatkowo niech $\|\varepsilon(t)\| \leq \epsilon_m$. Zastosowanie zcentralizowanego iteracyjnego prawa sterowania typu D przy zachowaniu warunku:

$$\|I - R\Lambda_k\| < 1,$$

gdzie $R \in \mathbb{R}^{N \times R}$ z elementami $R_{ij} = \int_{\partial\Omega} p_j(x)q_i(x)ds$, gwarantuje, że błąd śledzenia będzie ograniczony, tj.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k(t)\| \leq \frac{\epsilon_m}{1 - \gamma_d}, \quad \gamma_d = \sup_k \|I - R\Lambda_k\|.$$

- w zdecentralizowanej regule sterowania należy uwzględnić błąd predykcji,
- łatwo uogólnić na regułę typu PD (Patan et al, CDC 2023).

Analiza zbieżności c.d.

A2. Odtwarzalność warunków początkowych

Zakładamy jednakowe warunki początkowe dla wszystkich powtórzeń

$$y_k(x, 0) = y_{\text{ref}}(x, 0) = 0, \forall k$$

Twierdzenie

Niech założenia (A1)–(A2) będą spełnione. Dodatkowo niech $\|\varepsilon(t)\| \leq \epsilon_m$. Zastosowanie zcentralizowanego iteracyjnego prawa sterowania typu D przy zachowaniu warunku:

$$\|\mathbf{I} - \mathbf{R}\mathbf{\Lambda}_k\| < 1,$$

gdzie $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N \times R}$ z elementami $R_{ij} = \int_{\partial\Omega} p_j(x)q_i(x)ds$, gwarantuje, że błąd śledzenia będzie ograniczony, tj.

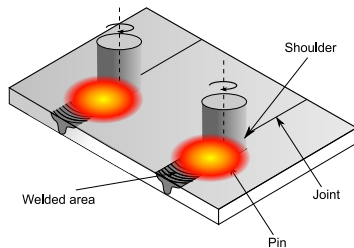
$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k(t)\| \leq \frac{\epsilon_m}{1 - \gamma_d}, \quad \gamma_d = \sup_k \|\mathbf{I} - \mathbf{R}\mathbf{\Lambda}_k\|.$$

- w zdecentralizowanej regule sterowania należy uwzględnić błąd predykcji,
- łatwo uogólnić na regułę typu PD (Patan et al, CDC 2023).

Przykład: Spawanie tarciove

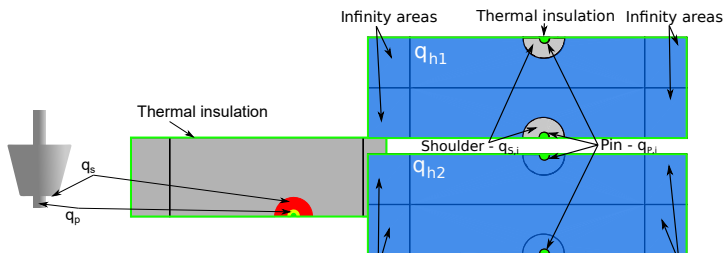
Rozważmy proces równoległego spawania trzech płyt aluminium:

- płyty grubości 12.7 mm poruszają się ze stałą prędkością 1.6 mm/s wzdłuż złączy,
- dwa obrotowe narzędzia aplikują siłę $F_n = 16$ kN w kierunku normalnym wytwarzając ciepło,
- prędkości obrotowe narzędzi są sterowane niezależnie,
- procedura jest powtarzana w kolejnych próbach z czasem trwania 100 s każda,



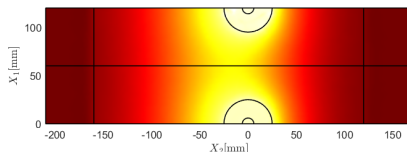
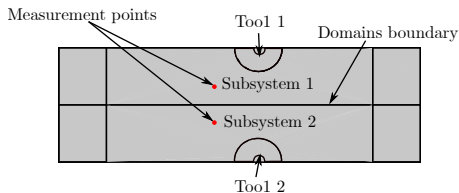
Konfiguracja modelu

- dynamika systemu jest opisana równaniem typu konwekcji-dyfuzji odpowiedzialnym za transport ciepła,
- warunki brzegowe składają się z dwóch części:
 - nieliniowe strumienie ciepła przez powierzchnie górną i dolną reprezentującą radiację cieplną i naturalną konwekcję (q_{h1} , q_{h2}),
 - nieliniowe strumienie ciepła zadane na wrzeciono oraz trzpień dla obu narzędzi reprezentujące ciepło wygenerowane przez siły tarcia (q_s , q_p),
- temperatury początkowa oraz tła ustawiono na $\tau_0 = \tau_{amb} = 300K$,



Konfiguracja eksperymentu

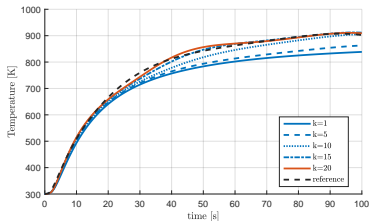
- środkowa płyta jest symetrycznie podzielona na dwa podobszary z jednym narzędziem i temperaturą mierzoną punktowo pirometrem na górnej powierzchni; ten sam profil referencyjny temperatury został zadany dla obu narzędzi: $z_{\text{ref}}(t) = -2.29 \cdot 10^{-5}t^4 + 0.0062t^3 - 0.62t^2 + 30.06t + 276.4$,
- predykcja modelu jest zależna od jego czterech parametrów: przewodności cieplnej (PDE oraz BC), współczynnika przenikania ciepła (BC), wolumetrycznej pojemności cieplnej (PDE) oraz współczynnika tarcia (BC),
- sterowanie iteracyjne zostało zastosowane do osiągnięcia punktu topnienia niezbędnego do połączenia płyt poprzez kształtowanie profili prędkości obrotowych narzędzi ($\omega_{1/2}(t)$)



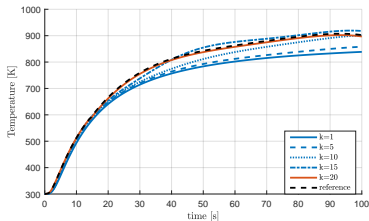
Zbieżność - profil temperatury

subsystem 1

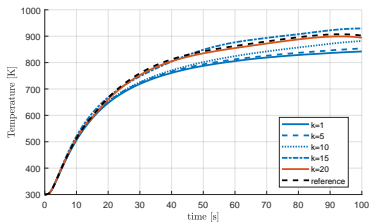
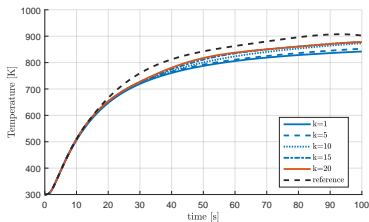
zcentralizowane ILC



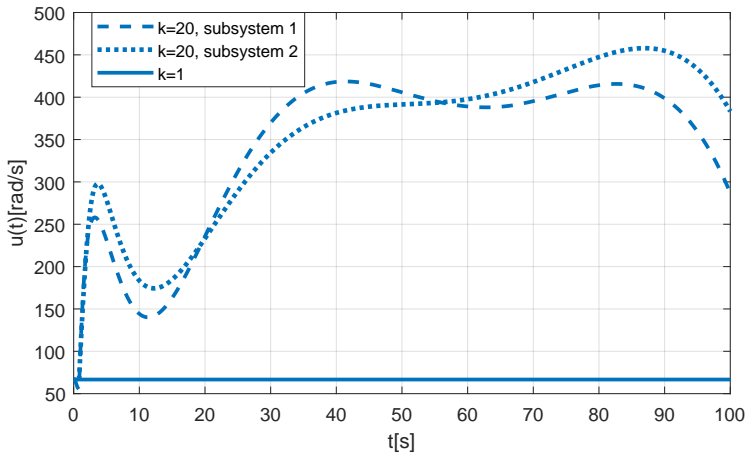
predykcyjne zdecentralizowane ILC



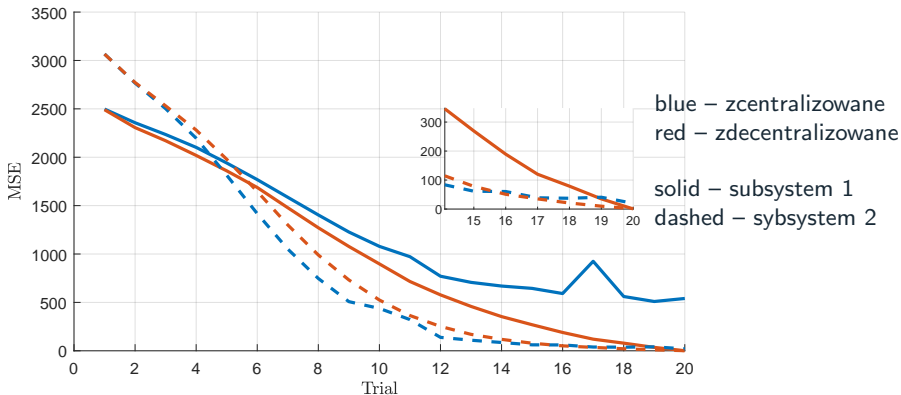
subsystem 2



Sterowanie - profile prędkości obrotowej



Normy błędu śledzenia



Podsumowanie

- Zaprezentowane podejście charakteryzuje efektywną próbę aplikacji sterowania iteracyjnego z uczeniem do sterowania przemysłowym procesem powtarzalnym o parametrach rozłożonych opisanego systemem parabolicznym.
 - prosta reguła aktualizacji sygnału sterującego,
 - możliwość redukcji wymiarowości zadania,
 - możliwość decentralizacji przy utrzymaniu satysfakcjonującego poziomu jakości sterowania.
- Otwarte problemy:
 - optymalna dekompozycja przestrzenna na podsystemy,
 - rozszerzenie na układy opisywane równaniami hiperbolicznymi,
 - zastosowanie zaawansowanych strategii pomiarowych (czujniki ruchome i skanujące).